TEREN TASHİHİ HESAPLARINDA YENİ BİR TEKNİĞİN ARAŞTIRILMASI

Doç. Dr. Kasım YAŞAR
O.D.T.Ü. Müh. Fak. İnş. Bl.

ABSTRACT

In this investigation the author will explain neither the routine fundamentals of the theory of terrain effect nor the development of the well known terrain correction formula. His aim is to find out a convenient method for rapid computing and or interpolating terrain corrections of intermediate stations basing on such marker stations for which the above mentioned corrections have already been computed after wellknowen current methods.

Yazar bu araştırmasında teren tashihi esaslarıyla formüllerini istihraç etmekten daha ziyade mevcut formülleri kullanarak teren etkilerini hesaplamış ana istasyonlar yardımıyla bunların arasına tesadüf eden diğer noktaları mevcut usullere nazaran daha kolay, hızlı ve ekonomik bir şekilde bir nevi enterpole yolla hesaplamaya gayret göstermiştir.

Teren Profil Metodu, A. Gerek topografik şekillenme ve gerekse teren etkileri uzaklıkların birer fonksiyonudur. O halde

$$T_c = \phi(s), \; h = f(s) \qquad (1)$$

deyimlerini yazmak kabildir. Eğer teren etkisi bir regresyon değişimine eşit tutulur ve burada yükseklikler sınırlanmış bir daire içinde topografik şekillenmenin parabolik bir fonksiyonu olarak alınırsa bunu genel olarak aşağıdaki denklemle göstermek mümkündür.

$$T_c = a + bh = a + b(Ax^2 + By^2 + 2Cxy + Ex + Dy + h_0) \qquad (2)$$

Burada x ve y bir yüzey üzerinde dik koordeneleri belli ederler.

Şimdi bu ifadeyi sadeleştirmek için, koordone başlangıcını teren tashihi hesapları yapılmış olan ana bir istasyona getirmek icabeder. O halde:

$$T_c = a + b(Ax^2 + By^2 + 2Cxy + h_0) \qquad (3)$$

Burada sırasıyla a, b, A, B, ve C terim ve katsayıları bilinmeyen olduklarından en önce bunları maksada elverişli topografik haritalardan birer birer elde etmek lâzımdır.

Bunun için teren doğrulukları bulunmak istenen istasyonlar o civarda daha evvel kesin bir şekilde hesaplanmış olan iki ana teren istasyonuna bir gradyent profili ile bağlanırsa bu ana istasyonların terenleri arasında

$$T_{c_1} = a + b(A x^2 + B y^2 + 2C xy + h)$$

$$T_{c_2} = a + b(A x^2 + B y^2 + 2C xy + h) \qquad (4)$$

yazabiliriz. Eğer $Tc_2 > Tc_1$ ise bulunur.

$$b = \frac{T_{c_2} - T_{c_1}}{\Delta A_{2,1} x^2 + \Delta B_{2,1} y^2 + 2\Delta C_{2,1} xy + \Delta h_{2,1}} \quad (4a)$$

(4a) Denklemiyle b yi nümerik olarak bulmak kabildir. Ancak ana teren istasyonları etrafındaki topografik şekillenmenin bir dereceye kadar regüller olması lâzımdır. Bu hal her zaman istenildiği gibi olmaz fakat nede olsa buna yakın vaziyetler elde edilebilir.

Böylece x ekseni gradyent ve y ekseni de yükseklik eğrileri devamlılığına getirmek icab eder. Halbuki y ekseni yönündeki rakım anomalisinin birinci parsiyel türevi sıfır olacağından

$$\Delta h = h - h_0 = Ax^2 + By^2 + 2Cxy \quad (5)$$

yazarak buradan

$$\frac{\partial \Delta h}{\partial y} = 2By + 2Cx - 0$$

$$Y = -\frac{C}{B} x \quad (6)$$

bulunur.

Diğer taraftan (5) in mükerrer parsiyel diferansiyellerini alarak gradyent, normal ve 45° lik yönlerdeki katsayıları gene nümerik olarak tayin etmek kabildir. O halde

$$A = \frac{\partial^2 \Delta h}{2\partial x^2} \quad B = \frac{\partial^2 \Delta h}{2\partial y^2} \quad C = \frac{\partial^2 \Delta h}{2\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 \Delta h}{2\partial y \partial x} \quad (7)$$

Bu katsayıların nümerik çözümleri için yazarın "Yer çekiminin dik ikinci türevi ve yerkabuğundaki kitle dağılımı" adlı son araştırmasına bakınız.

Bu açıklamalardan sonra (6) ve (7) nolu denklemleri kullanarak (5) eşitliği aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\Delta h = \frac{\partial^2 \Delta h}{2\partial x^2} x^2 + \frac{\partial^2 \Delta h}{2\partial y^2} \left(-\frac{C}{B} x\right)^2 + \frac{\partial^2 \Delta h}{\partial x \partial y} \left(-\frac{C}{B} x\right) x \quad (8)$$

Küçük bir sadeleştirmeden sonra

$$\Delta h = h - h_0 = \left(A - \frac{C^2}{B}\right) x^2 \quad (8a)$$

bulunur

(8 a) No: lu denklem bize profil istasyonları rakım anomalilerinin uzaklığın parabolik bir fonksiyonu olduğunu gösterir ve her bakımdan nümerik çözümlere gider.

Yazarın (8) de şiddet eğrilerine uyguladığı gibi A, B ve C kat sayıları tesviye eğrileri arasında arazinin yumuşak ve sert şekillerine göre ve yarı çapları değiştirilebilinen abak dairelerle elde edilirler.

Yukarıdaki açıklamalara dayanarak şimdi (b) Kat sayısı için (4a) denkleminin yapısında değişiklik yaparak

$$b = \frac{\Delta T_{c_{2,1}}}{\left(\Delta A - \Delta \frac{C^2}{B}\right) s^2_{1,2}} \quad (9)$$

bulunur.

(3) No:lu denklemdeki (a) terimini bulmak için (4) (8a) ve (9) numaralı denklemleri kullanarak hemen

$$a = T_{c_1} - \frac{\Delta T_{c_{2,1}}}{\left(\Delta A - \Delta \frac{C^2}{B}\right)_{1,2} s^2} \left[\left(A - \frac{C^2}{B}\right)_2 s^2 + h_2 \right]$$

Deyimini yazabiliriz. (10)

O halde (3) nolu formüle göre ilerdeki hesaplar için kesin teren tashihi formülünü evvela aşağıdaki gibi tertipleyerek:

$$T_{c_2} = T_{c_1} - \frac{\Delta T_{c_{2,1}}}{\left(\Delta A - \Delta \frac{C^2}{B}\right)_{1,2}} \left[\left(\Delta A - \Delta \frac{C^2}{B}\right)_{2,1} + \frac{\Delta h_{1,2}}{s^2} \right] \quad (11)$$

is ihraç ederiz ve buna göre teren doğrulukları bilinen 1 ve 2 ana istasyonlarından faydalanarak bunlar arasındaki bir (x) istasyonunun kesin teren tashihi için

$$T_{c_x} = T_{c_1} - \frac{\Delta T_{c\,2,1}}{\left(\Delta A - \Delta \frac{C^2}{B}\right)_{1,2}} \left[\left(\Delta A - \Delta \frac{C^2}{B}\right)_{x,1} - \frac{\Delta h}{s^2_{x,1}} \right] \qquad (12a)$$

$$\Delta h_{x,1} = h_1 + \left(A - \frac{C^2}{B}\right)_{x,1} \cdot s^2 \qquad (12\ b)$$

formüllerini yazmak kabildir.

Şimdi (11) ve (12, a, b) formüllerinin uygulanması için aşağıdaki misalimizi verebiliriz:

(A) İstasyon no: 33 $r = 1$ km   İstasyon No: 26

$h_o = 775$m $S = 1.41$km $h_o = 950$ m

$2h_o = 1510$m $S^2 = 1.988$km $2h_o = 1900$m

$C'_2 = 0.006989$ $C^2_2 = 0{,}000324$

$T_{33} = 1{,}04$ mgal $T_{22} = 2{,}56$ mgal

$\Delta h_{2,1} = 0{,}195$

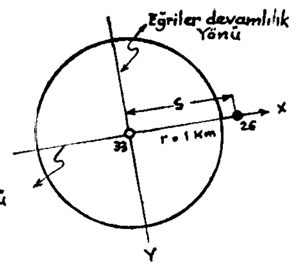
$\Delta T_{2,1} = 1{,}52$ mgal

$$\left(A - \frac{C^2}{B}\right)_{33} = +\ 0.086 - \frac{69}{9} = +\ 0{,}852\ ; \quad \left(A = \frac{C^2}{B}\right)_{26} = -\ 0{,}005 - \frac{3.24}{35} = -\ 0{,}098\ ; \quad \left[\Delta A - \Delta \frac{C^2}{B}\right]_{33-26} = +\ 0{,}950$$

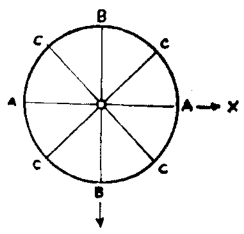
Bu miktarları hesapladıktan sonra 26 nolu istasyonun teren tashihini kontrol etmek kabildir. Böylece:

$$T_{26} = 1{,}04 - \frac{1.52}{0.95}\left(-\ 0{,}950 + \frac{0{,}195}{1.988}\right) = 1{,}04 + 1{,}48 = 2{,}52 \text{ mgal}$$

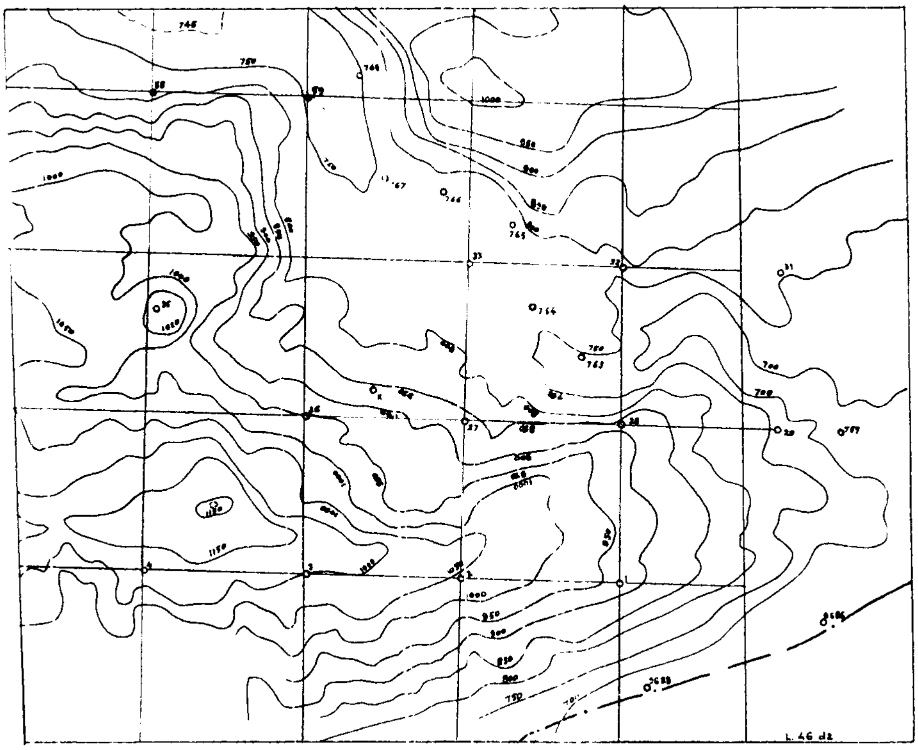
Eğer bulunan bu değer olması lâzım gelen değerle mukayese edilecek olursa —0.04 mgal kadar bir fark zuhur eder ki bununda abak daire ile eğriler ara-



Abak Daire



A_{33}	B_{33}	C_{33}		A_{26}	B_{26}	C_{26}	
. 930	. 750	. 760	. 980	. 750	1.050	. 850	. 760
. 925	. 825	. 970	. 975	. 1130	990	1010	1035
1855	1475	1730	1965	1880	2040	1860	1795
— 1510	— 1510	— 1510	— 1510	— 1900	— 1900	— 1900	— 1900
+ 345	— 35	+ 220	+ 445	— 20	+ 140	— 40	— 105
+ 172	— 18	+ 110	+ 220	— 10	+ 70	— 20	— 52
+ . 086	— . 009	+ . 055	+ 0 111	— 5	+ 35	— 10	— 26
		+ . 083				— 36	
		+ . 166				— 18	



sında enterpole edilen h değerlerinin o kadar iyi okunamamasından ve hesaplardaki yaklaşıklıklardan ileri geldiğine behemahal hükmetmek lazımdır.

(x) Noktasının teren tashihinin hesaplanmasına gelince bu da yazarın pratiğine göre aşağıdaki gibi neticelendirilir.

(B) İstasyon No: X $\quad r = 1$ km

$h_0 = 865$m. $\quad s = 1$ km

$2h_0 = 1730$ m. $\quad s^2 = 1\ km^2$

Ax	Bx		Cy
1.100	. 980	. 770	.755
.755	. 900	1.060	1.025
1.855	1.880	1.830	1.780
1.730	1.730	1.730	1.730
+ . 125	+ . 150	+ . 100	+ . 050
+ 63	75	+ . 050	+ . 025
			+ 075
			+ 038

$C^2 = 0.001367$

$$\left(A - \frac{C^2}{B}\right)_x = +\ 0.046$$

$$\left[\Delta A - \Delta \frac{C^2}{B}\right]_x = +\ 0.897$$

Şimdi (12b) deklemini kullanarak

$$T_x = 1{,}04 - \frac{1.52}{0.95}\,(-\,0{,}897 + 0{,}110) =$$

$$1{,}04 + 1{,}26 = 2{,}30 \text{ mgal}$$

değerini bulmak kabildir.

Bundan sonrada gerek 33 ve gerek x teren noktalarının kontrol maksadıyla rakımlarını kabaca gerisin geriye bulmak kabil olacaktır. O halde

$$h_{33} = 0{,}950 + (-\,0{,}098)\ 1{,}988 = 0{,}755 \text{ km.}$$

$$h_x = 0{,}755 + (+\,0{,}046)\ 1.000 = 0{,}801 \text{ km.}$$

B. Yukarıda arz edilen teori ve bunun pratiği daha da sadeleştirilebilir; ancak parabolik gösterimi bu sefer tek bilinmiyenli ikinci dereceden bir fonksiyonla belli etmemiz lâzımdır. Bu sebepten ötürü 5 nolu denklem yeniden tertiplenerek

$$T_c = a + b(Ax^2 + Bx + C) \qquad (13)$$

deyimini yazmak kabildir.

Şimdi aynı şartları haiz bulunan aynı teren istasyonlarını kullanarak bu defa regresyon denklemi katsayısı için

$$b = -\frac{\Delta T_{2,1}}{\Delta h_{2,1}} \qquad (14)$$

ve aynı denklemin ilk terimi için de

$$a = \frac{T_{c1}h_2 - T_{c2}h_1}{\Delta h_{2,1}} \qquad (15)$$

eşitlikleri bulunur.

13 Nolu denklemin ikinci terim parentez içi; yalnız rakımlara bağlı olduğundan; A ve B katsayı ve C sabit terimini aşağıda izah edilecek düşüncelerelden sonra tayin etmek imkânına varabiliriz:

1-33 Nolu teren tashih istasyonunda ve X=S=O olacağından

$$C = h_1 \qquad (16)$$

elde edilir.

2-13 No lu denklemin X'e göre türevini alıp yine X=S=O yaparasak bu sefer; parabolün herhangi bir yerinde eğimini bulmuş olur ve böylece B katsayısını elde ederiz.

O halde

$$\frac{dh}{ds} = 2As + B = \operatorname{tg}\phi_{2,1} = B \qquad (17)$$

17 No lu denklemle 33 No lu teren noktasının çıkışındaki meyil sağlanmış olur.

3-A Katsayısı yukarıda (B) için bulunan ifadenin (i) parabol denkleminde yerine konarak, sözü geçen bu denklemin diskriminantını çözmekle elde edilir. Böylece:

$$h_2 = As^2 + \operatorname{tg}\phi_{2,1} + h_1 \qquad (18)$$

den

$$\operatorname{tg}^2\phi_{1,2} + 4A\Delta h_{2,1} = 0$$

$$A = -\left(\frac{\operatorname{tg}^2\phi}{4\Delta h}\right)_{2,1} \qquad (19)$$

Bulunur.

Şimdi 16, 17, 18 ve 19 denklemlerini kullanarak (26) No:lu teren istasyonun teren doğruluğunu (13) e göre aşağıdaki gibi çözebiliriz

$$T_{c_2} = \frac{T_{c_1}h_2 - T_{c_2}h_1}{\Delta h_{2,1}} + \left(\frac{\Delta T_c}{\Delta h}\right)_{2,1}\left(h_1 + \operatorname{tg}^2\phi_{2,1}\, s - \frac{\operatorname{tg}^2\phi_{2,1} s^2}{4\Delta h_{2,1}}\right)$$

B Bu denklem

$$T_{c1} = \frac{T_{c1}h_2 - T_{c2}h_1}{\Delta h_{2,1}} + \left(\frac{\Delta T_c}{\Delta h}\right)_{2,1} h_1$$

alınarak Sadeleştirilirse

$$T_{c_2} = T_{c_1} - \left(\frac{\Delta T_c}{\Delta h}\right)_{2,1} \operatorname{tg}\phi_{2,1}\, s\left(1 - 0.25 \operatorname{tg}^2\phi_{2,1} \frac{s}{\Delta h_{2,1}}\right)$$

Bulunur. (20)

Şimdi bu iki esas teren noktası arasındaki her hangi bir noktanın teren doğruluğunu kolayca hesaplamak mümkündür. Ancak iki esas teren istasyonu arasındaki mesafenin pek fazla olmaması lâzımdır. O halde bu sebebten ötürü iyi bir yaklaşma ile

$$0.25 \operatorname{tg}^2\phi_{2,1}\left(\frac{s}{\Delta h}\right)_{2,1} \backsim 0.25 \operatorname{tg}^2\phi_{x,1}\left(\frac{s}{\Delta h}\right)_{x,1}$$

kabul edilebilir. Ve bu kabulden ötürü yapılan hatanın (0,1) miligali geçmediği yapılan sayısız redüklemelerden anlaşılmıştır.

Buna göre kesin hesaplar için

HESAP : Kasım Yaşar

İSTASYON No. 33 Markör TOPOG. YÜKSEKLİK 754 m. TEREN TASHİHİ 1.04 mgal

ZON	KOMPARTIMAN 1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	dT	Corr. mgal
	754	754	753	753	754	754												
C	0	0	1	1	0	0	2	0.33									A—C 0.002	0.002
	0	0	1	1	0	0												
	755	753	753	753	753	755												
D	1	1	1	1	1	1	6	1.00									A—D 0.002	0.000
	0	0	0	0	0	0												
	755	754	754	754	754	754	757	758										
E	0	0	0	0	0	0	3	4	7	0.88							A—E 0.004	0.002
	0	0	0	0	00	0	1	1										
	757	785	875	825	775	770	810	765										
F	3	31	121	71	21	16	56	11	330	4.25							A—F 0.044	0.040
	0	2	20	10	1	1	5	1										
	815	765	910	975	915	830	735	775	880	925	900	850						
G	61	11	156	221	161	76	19	21	126	171	146	96	1265	105,42			A—G 0.347	0.203
	10	1	40	80	40	10	1	1	30	50	30	10						
	950	760	850	940	925	817	775	845	965	1040	1100	1000						
H	196	6	96	196	171	63	21	91	211	286	346	246					A—H 0.762	0.415
	40	0	10	30	30	4	1	10	40	80	110	60						
	865	770	846	767	775	737	645	630	660	765	1000	1077						
I	111	16	92	13	21	17	109	124	94	11	246	323					A—I 0.895	0.133
	10	1	5	0	1	1	10	10	5	0	30	60						
	945	775	851	765	650	700	687	680	1115	595	595	610	630	675	770	975		
J	191	21	97	11	104	54	67	14	361	59	159	144	124	79	16	221	A—J 09.5	0.070
	10	0	2	0	2	1	1	1	25	5	5	4	3	1	0	10		

6a

$$\frac{\sigma}{\sigma_0} = 1.075 \quad \sigma_0 = 200 \ \frac{gr}{cm^3}$$

$$\sigma = 2.148$$

Tashih 0.915 - 4.575

1.04

İSTASYON NO. : 768 **TOPOG, YÜKSEKLİK 751 m.** **HESAP : K. Yaşar**
TEREN TASHİHİ 2.17 mgal

ZON	KOMPARTIMAN													Corr. mgal
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	δT	
	749	752	758	757	754	750								
C	2	1	7	6	3	1	20	3.33						
	1	1	10	10	2	0							A—C 0.024	0.124
	748	756	780	774	759	148								
D	3	5	29	23	8	3	71	11.84						
	1	2	70	40	10	1							A—D 0.148	0.024
	747	780	837	870	771	148	748	860						
E	4	29	86	119	20	3	3	109	373	46.62				
	1	10	115	200	10	0	0	175					A—E 0.659	0.511
	746	783	880	960	957	775	755	188						
F	5	32	129	209	206	24	4	37	646	80.75				
	0	10	120	240	230	4	0	10					A—F 1.273	0.614
	745	750	774	865	907	968	960	780	755	789	960	875		
G	6	1	23	114	166	217	209	29	4	38	209	124	1140 95.00	
	0	0	1	20	40	70	70	1	0	2	70	20	A—G 1.567	0.294

HESAP, Kasım Yaşar

İSTASYON NO.: T67 TOPOG, YÜKSEKLİK 763 m. TEREN TASHİHİ 1.53 mgal

ZON	KOMPARTIMAN 1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	δT	Corr. mgal
	754	765	772	770	760	754												
C	9	2	9	7	3	9	39	6.5										
	20	1	20	10	2	20												0.073
	749	755	782	774	754	755												
D	14	6	19	11	9	8	69	11.5										
	20	10	30	10	10	10												0.090
	748	750	810	806	754	754	755	755										
E	15	13	47	43	9	9	8	8	152	19.0								
	4	3	40	30	1	1	1	1										0.081
	775	750	915	927	755	755	773	784										
F	12	13	152	164	8	8	10	21	388	48.5								
	1	1	165	180	1	1	1	3									A—F 0.597	0.353

$$T_{c_x} = T_{c_1} + \left(\frac{\Delta T_c}{\Delta h}\right)_{2,1} tg\phi_{2,1}\; s \left[1 - 0.25\, tg^2\phi_{x,1} \left(\frac{s}{\Delta h}\right)_{x,1}\right]$$

yazılır (20a)

Misal:

İstasyon No.	T_c	h	h_x	S	S_x
33	1.04 mgal	755 m		1414 m	1000 m
26	2.56 mgal	950 m	865 m		
Δ	1.52 mgal	145 m	110 m		

$$\left(\frac{\Delta T}{\Delta h}\right)_{26/33} = \frac{1.52}{1.95} = 0.00781$$

$$tg\phi_{26/33} = \frac{1.95}{1414} = 0.1382$$

$$tg\phi_{x/33} = \frac{110}{1000} = 0,110$$

$$T_x = 1.04 + 0.00781 \times 0.1382 \times 1414\,(1 - 0.25 \times 0.110 \times 9.1)$$

$$= 1.04 + 1.53\,(1 - 0.25) = 2.19 \text{ mgal}$$

$$h_x = h_1 + 0.110 \times 1000 - \frac{3025}{110}$$

$$= 755 + 110 - 21 = 838 \text{ m.}$$

Böylece yazarın ilk ve ikinci usulu ile, aynı teren noktası için hesapladığı neticeleri mukayese etmek imkânı sağlanmış bulunmaktadır.

Şimdi bu değerleri göz önünde bulunduran yazar aynı (X) teren noktasının teren doğruluğunu bir de kesin metod olan S. Hammer'e göre aşağıdaki hesap çizelgesinde ikmal etmiştir.

Misal:

(X) noktasının hesabedilmiş bulunan bu kesin teren doğruluğu (2,09) Miligal olup ilk ve ikinci usullere göre elde edilen kıymetlerle -0,21 ve 0,10 miligale ulaşan farklar vermektedir. Bu bakımdan okuyucuların ilerideki çalışmalarına esas olmak üzere ön gördüğü bu mukayese bize, konulan teorinin doğruluğunu göstermektedir.

İst. (x) h = 862 m. σ0 = 2.00 σ1 : 2.148 T_c = 2.09 mgal

	1	2	3	4	5	6	7	8		
C	865	852	851	862	873	871				
	3	10	11	0	1	9				
	2	30	30	6	30	20				.1 2
D	870	832	825	860	885	884				
	8	30	37	2	23	22				
	10	70	110	1	40	40				.271
E	852	804	804	825	870	918	923	911		
	10	58	58	37	3	56	61	44		
	2	55	55	20	1	50	60	40		.233
F	860	790	765	785	870	937	1004	970		
	2	72	97	77	8	75	142	908		
	0	40	70	40	1	40	145	58	A - F 1.047	.331
G		Tashihler, G - I ve J tesir bölgesinden alınmıştır.								
H										
I									G - I	.813
J									J	.100
									1.075	1.960
										2.09

Diferansiyel teren doğruluğu metodu: C) Herhangi bir teren noktasında, zonların iç ve dış yarı çapları büyüklüklerinin istasyon ve zon rakım farklarından daima büyük olacağını düşünerek esas teren tashihi formülümüzü yüksek mertebeden terimlerin kücüklerinden ötürü seriyi açmada sadeleştirebilirz. Böylece

$$T_c = 2\pi k^2 \sigma \Delta h^2 \left(\frac{r_2 - r_1}{r_1 \cdot r_2}\right)\left[1 - \frac{\Delta h^2}{4}\left(\frac{r_1^2 + r_1 r_2 + r_2^2}{r_1^2 r_2^2}\right)\right] \qquad (21)$$

yazılabilir. Ayrıca burada

$\sigma = 2.00 \text{ gr cm}^{-3}$, $r_1 r_2 = r^2$, $\pi = 3.1416$, $k^2 = 0{,}00667$ mgal dir.

Şimdi (21) numaralı bu denklemi C zonundan başlayarak J ve daha geniş zonlara göre bir ΔT_c teren inkremanı için aşağıdaki gibi tertip etmek imkanı vardır. Ohalde,

$$\Delta T_c = \pi k^2 \sigma \sum_{C}^{J} (\Delta h_2^2 - \Delta h_1^2)\left[\frac{r_2 - r_1}{r_1 r_2} - \frac{1}{4}(\Delta h_2^2 - \Delta h_1^2)\left(\frac{r_1^2 + r_1 r_2 + r_2^2}{r_1^2 r_2^2}\right)\left(\frac{r_2 - r_1}{r_1 r_2}\right)\right] \qquad (22)$$

bulunur.

Kabullerimizde zon halkalarının yarıçapları S. Hammer'e göre alındığından bu tereni bilinen nokta ile tereni aranan nokta bu teren inkremanı için aynı zon içerisinde bulunacaklarından tabiatıyla her zaman

$$\left(\frac{r_2 - r_1}{r^2}\right)_{i,1} = \left(\frac{r_2 - r_1}{r^2}\right)_{i,2}$$

olacaktır.

Ohalde bu sebebten (22) numaralı denklem daha da sadeleştirilerek

$$\Delta T_c = 0{,}08382 \sum_{C}^{J} \frac{\Delta r}{r^2}(\Delta h_1^2 - \Delta h_2^2)\left[1 - \frac{\Delta h_1^2 + \Delta h_2^2}{4 r^4}(r_1^2 + r^2 + r_2^2)\right] \qquad (23)$$

bulunur.

Yukarıdaki açıklamalar ve ispatlara göre (23) numaralı denklem başka yoldan da tahkik edilebilir, fakat bu tahkik ancak esas teren doğruluğu formülünün basit bir diferansiyalini almakla mümkün görülmektedir. Yalnız burada diferansiyeli alırken dikkat edilecek mesele teren değişiminin aynı zon ve kompratimanlarda nokta ve civarındaki topoğrafik şekillenmelerin bir fonksiyonu olduğunu düşünmek icapeder.

Pek tabiidir ki yer değişiminden ötürü zon-istasyon rakım değişimlerinin gerek tereni bilinen uç gerekse tereni aranan yerlerdeki miktarları ancak ve ancak yükseklik inkremanlarına bağlı kalacaktır. Bu sebeple esas teren formülünü (Δh) lara göre kısmi türevini alırsak

$$\frac{\partial T_c}{\partial \Delta h} = 0.08382\, \Delta h \left(\frac{1}{\sqrt{r_1^2 - \Delta h^2}} - \frac{1}{\sqrt{r_2^2 - \Delta h^2}}\right) \qquad (24)$$

denklemini buluruz.

Burada parantez içindeki ilk ve ikinci terimleri yukarıda verilen bilgileri göz önünde tutarak bir seriye açar ve sadeleştirirsek

$$\frac{\partial T_c}{\partial \Delta h} = 0.08382 \frac{\Delta r}{r^2} \Delta h \left[1 - \frac{\Delta h^2}{2 r^4}(r_1^2 + r^2 + r_2^2)\right]$$

denklemini elde eder ve bunu başlangıç zonundan efektlerin sıfır olacağı zona kadar enteğre edersek böylece diferensiyel teren doğruluğu formülünü bulmuş oluruz.

$$dT_c = 0.08382 \sum_{C}^{J} \frac{\Delta r}{r^2} \Delta h \, d\Delta h \left[1 - \frac{\Delta h^2}{2 r^4}(r_1^2 + r^2 + r_2^2)\right] \qquad (25)$$

Şimdi (23) ve (24) numaralı denklemlerin unsurlarını karşılaştırarak bunların benzer olduğuna kanaat getirmek kabildir, Nitekim, (23) deki parentez dışı çarpanın ikinci faktörü olan $(\Delta h_1^2 - \Delta h_2^2)$ nın, (25) in $\Delta h d\Delta h$ na ve yine 23 ün köşeli parentezi ikinci teriminin katsayısı olan $\frac{\Delta h_1^2 + \Delta h_2^2}{4}$ ün, (25) in $\frac{\Delta h^2}{2}$ ye eşit olmaları icabettiği açıkça anlaşılmaktadır. Buna göre ilerdeki rutin hesaplarda (25) numaralı denklemle çalışmasının daha doğru olacağı kanaati belirmekte olup, buna yazarın işaret ettiği başlıca sebeb hesap kolaylığı olarak gösterilmektedir.

Şimdi hemen hesaplara başlamadan evvel yazar, S. Hammer halkalarının değğerlerine sadık kalarak, (25) numaralı formülün değişmeyen katsayılarını aşağıdaki tabloda hesaplamış bulunmaktadır.

D) Yukarıdaki hesap tecrübesinden sonra tekrar problemimize dönüp (23) numaralı denklemi göz önüne alarak terim terim tetkik edelim.

Bu denklemde her başlı başına olan terim kendi yarıçap ve zon halka kalınlığıda diferansiyel bir teren efektini belli ettiğinden, toplam teren tesiri aşağıdaki formülde gösterileceği gibi tertiplenebilir. Ohalde

$$\Delta T_c = \delta T_c + \delta T_d + \delta T_e + \cdots + \delta T_j \qquad (26)$$

yazılabilir.

Şimdi bu denklemi en elverişli bir şekilde pratiğe uygulayabilmek için belli teren değeri arasında matematik bir münasebetin kurulması icabetmektedir.

Yazara göre bu münasebet aynı zon halkları içerisinde aşağıdaki gibi tertiplenebilir.

$$T_d = T_b + \frac{\sigma}{\sigma_0} \sum_{C}^{O_2} \Delta\delta T \qquad (26a)$$

Burada

a endeksi değeri aranan teren noktasını

b endeksi değeri belli teren noktasını

σ Bölgesindeki en uygun yüzeysel yoğunluğu

σ_0 S. Hammer teren doğruluğu cetvelindeki kabul edilen yoğunluğu

C hesaplara (C) zonundan başlanıldığını

O_2 hesapların arzu edilirse 166. Km. ye kadar yürütüleceğini belli ederler.

Şimdi aşağıdaki hesap şemasını inceleyerek yukarıda (26a) numaralı formülü hesaplar için nasıl tefsir ettiğimizi açıklayabiliriz.

Sabitler Listesi

Zon	$r_{1/2}$	r	r^2	$\frac{\Delta r}{r^2}$	$0{,}08382 \frac{\Delta r}{r^2}$)*	$r_{1/2}$	r^4
C	16,64 m	36,70 m	888	0,041329	0,003464	277	788065
D	53,34	116,74	9072	12368	1079	2845	82297315
E	170,08	220,06	66355	3316	278	28927	4402949743
F	390,14	504,75	349132	1446	121	152209	121893229052
G	894,89	634,59	1368716	464	39	800828	1873384147852
H	1529,48	1085,09	3998932	271	23	2339309	15991460180584
I	2614.57					6835976	

Zon	$r_1^2 + r^2 + r_2^2$	$(r_1^2 + r^2 + r_2^2)/r^4$
C		
D	4010	0.005884
E	40884	502
F	247491	56
G	1302169	11
H	4508853	2
I	13174217	1

*) Boyutlar mgal dir.

Misal : 1 T_{812} = 1.78 mgal İstasyon (812) arızalı arazidedir.

Zon	n	813		812 (Ref.)		dΔh	ΔhdΔh	Δh²	$\frac{\Delta h^2}{2}$	$-\frac{\Delta h^2}{2}$ (K₂)	$1-\frac{\Delta h^2}{2}$ (K₂)	(K₁) ΔhdΔh	dTc_0	T_{813}
		ΣΔh	Δh	ΣΔh	Δh									
C	6	42	7.0	27	4.5	+ 2.5	+ 11.2	169.0	10.1	— 0.06	+ 6.94	+ 0.04	+ 0.07	1.78 mgal
D	6	108	18.0	78	13.0	+ 5.0	+ 65.0	20.0	84.5	— 4	+ 96	+ 7	+ .07	
E	8	287	35.9	312	39.0	— 3.1	— 120.9	1521.0	760.5	— 4	+ 96	— 3	— .03	
F	8	292	36.5	582	72.8	— 36.3	— 2642.6	5299.8	2649.9	— —	+ 94	— 0.32	— .30	— .25
			97.4		129.3								— .23	1.53

$$-.23 \times \frac{2.15}{2.00} = -23 \times 1.075 = -.25$$

Misal : 2 T_{33} = 1.04 mgal İstasyon (33) az arızalı arazidedir.

Zon	n	768		33 (Ref.)		dΔh	ΔhdΔh	Δh²	$\frac{\Delta h^2}{2}$	$-\frac{\Delta h^2}{2}$ (K₂)	$1-\frac{\Delta h^2}{2}$ (K₂)	(K₁) ΔhdΔh	dTc_0	T_{768}
		ΣΔh	Δh	ΣΔh	Δh									
C	6	20	3.3	2	0.3	3.0	+ 9.9	10.9	5.5	— 0.03	+ 0.97	+ 0.03	+ 0.03	1.04 mgal
D	6	71	11.8	6	1.0	10.8	+ 127.4	139.2	69.6	— 4	+ .96	+ 14	+ .13	
E	8	373	46.6	7	.9	45.7	+ 2129.6	2171.6	1085.8	— 6	+ .94	+ 59	+ .56	
F	8	646	80.8	[illegible]	41.2	39.6	+ [illegible]	6528.6	3264.3	— 4	+ [illegible]	+ 39	+ .37	
G	12	1140	95.0	1265	105.4	10.4	— 988.0	9025.0	4517.5	— 9	+ .99	— 4	— .4	1.14
			237.5		148.8								+ 1.06	2.18

$$+1.06 \times 1.075 = +1.14$$

Misal : 3 T_{767} = 1.53 mgal İstasyon (767) arızalı arazidedir.

Zon	n	768		767 (Ref.)		dΔh	ΔhdΔh	Δh²	$\frac{\Delta h^2}{2}$	$-\frac{\Delta h^2}{2}$ (K₂)	$1-\frac{\Delta h^2}{2}$ (K₂)	(K₁) ΔhdΔh	dTc_0	T_{768}
		ΣΔh	Δh	ΣΔh	Δh									
C	6	20	3.3	39	6.5	— 3.2	— 10.6	10.9	5.5	— 0.03	+ 0.97	— 0.04	— 0.04	1.53
D	6	71	11.8	69	11.5	+ 0.3	+ 3.5	139.2	69.6	— 4	+ .97	+ .00	+ .00	
E	8	373	46.6	152	19.0	+ 27.6	+ 1286.2	2171.6	1035.8	— 6	+ .94	+ .36	+ .34	
F	8	646	180.8	388	48.5	+ 32.3	+ 2609.8	6528.6	3264.3	— 4	+ .96	+ .32	+ .31	+ 0.66
			162.5		85.5								+ .61	2.19

$$+0.61 \times 1.078 = +0.66$$

Markör İst.	Teren İst.	Zon. farkı	$\Delta\delta T$	$\frac{\sigma}{\sigma_0}$	$T_c = \delta T + T_{ref.}$	İst. No.	Zon. farkı	ΔT	$\frac{\sigma}{\sigma_0}$	$T_c =$ İst. + $T_{ref.}$	Ref. İst.
59	768	A - F A - F	1.273 .472			768	A - G	1.567 .610			61
			+ .801	1.075	+ 0.86			.957	1.075	+ 1.03	
					1.41					1.17	
767	T_{768}	A - F	.547		2.27	T_{768}	A - G	1.185		2.20	67
			.676	1.075	+ 0.73			0.382	1.075	+ 0.41	
					1.53					1.63	
766	T_{768}	A - F	1.175		2.16	T_{768}	A - G	0,347		2.04	
			0.098	1.075	+ 0.11			1.220	1.075	+ 1.31	
					2.15					1.04	
67	T_{768}	A - F	1.066		2.26	T_{768}	A - G	2.336		2.35	
			0.207	1.075	+ 0.22			.769	1.075	— 0.83	
					1.63					3.01	
	T_{768}				1.85					2.18	

$$\sigma_0 = 2.00 \text{ grcm}^{-3}$$
$$\sigma = 2.15 \text{ grcm}^{-3}$$

Hesap listesinden kolayca görülürki 768 istasyonun sekiz farklı teren tashihi vardır ve bunlar 6 markör ve iki ek istasyondan tenzil edilirler Değerlerin müstakilliğinden dolayı biz ortalama bir değer hesabedebiliriz.

İstasyon	T_{768}	İşaret	v	vv
54	2.27	M	— 0.106	0.0112
767	2.16	I	+ 4	0
766	2.26	I	— 96	92
67	1.85	M	+ 314	986
61	2.20	M	— 36	13
M 67	2.04	M	+ 124	154
33	2.35	M	— 186	346
58	2.18	M	— 16	3
	17.31 : 8 2.164		— .440 + .442	0.1706

(v) = + .002

$$M_0 = \sqrt{\frac{0.1706}{7}} = \mp \sqrt{0.02437}$$

$$= \mp 0.156 \text{ mgal}$$

$$M = \frac{0.156}{\sqrt{8}} = \mp \frac{0.156}{2.83}$$

$$= \mp 0.06 \text{ mgal}$$

$$T_{768} = 2.16 \mp 0.06 \text{ mgal}$$

Not: 768 istasyonun teren hesabı 67. markör istasyonu sayesinde iki defa yürütülmüştür.

Yukarıdaki basit hata hesapları bir tek tayine ait hatanın çok engebeli bir arazide + 005 mgal e ulaştığını göstermektedir. Halbuki aritmetik miktarların ortalama hatası 006 mgal e ulaşır. Böylece mevcut doğruluk jeofizik ve jeodetik maksatlar için yapılan haritalamadaki doğruluğu tamamiyle tatmin etmektedir.

Yazar ilave olarak S. Hammer tarafından hesaplanan 14 istasyonun teren tesirlerinin kati ve değişen indirimlerin mukayesesesini vermektedir. Sonra düz, az engebeli, engebeli ve çok engebeli sahalar için kendi metoduna girmektedir.

Yukarıdaki mukayese listesi göstermektedirki 14 istasyonda ortalama hata testinden ileri gelen yeni metodla ilgili sistematik hata yoktur. Her iki metodunda en yüksek ve en düşük miktarları arasındaki fark I gravite birimini aşmaktadır ve ortalama aritmetik hata arzu edilen hassasiyet sınırları içinde kalmaktadır.

Ortalama Hataların Revizyonu. Değişen teren hesap metodunun hassasiyetini dikkate alan (25) nolu denklemin tetkiki (26) nolu denklemin kolayca hesaplanan ortalama hatası hakkında iyi bir fikir verir.

Bu maksat için adı geçen denklemin ilk kısmını almak ve bundan da elementlere ait toplam değişen ifadeleri meydana getirmek daha kolay ve basit olacaktır. Böylece:

$$d(dT_c) = (k_1 d\Delta h)\, d(\Delta h) + (k_1 \Delta h)\, d(d\Delta h) \tag{27}$$

elde ederiz.

Bu ifadeye göre artışlardaki ortalama hatayı aşağıdaki gibi ifade edebiliriz:

$$m_{dT_c} = \sqrt{(k_1 d\Delta h)^2 m_{\Delta h}^2 + (k_1 \Delta h)^2 m_{d\Delta h}^2} \tag{28}$$

Burada m Δh ve mdΔh topografik konturları okunarak yapılan kıymetlendirmelerin ortalama hatalarını göstermektedir. Toplam ortalama M hatası münferit komponentlerin karelerinin toplamı olarak ifade edilebilir. Böylece

$$M_{dT} = \sqrt{\sum_{c}^{n} (m_{dT})^2} \tag{29}$$

elde ederiz.

No.	İst. No.	İRCA METODU S. Hammer mgal	K. Yaşar mgal	H - Y mgal	M_0 mgal	M mgal	İşaret	İstasyon Adedi
1	507	1.14	1,21	— 0,07	∓ 0,15	∓ 0,05	Az arızalı tcpo.	7 farklı İst.
2	510	0,67	0,68	— 0,1	.10	.05	Arızalı topo.	8
3	511	0,56	0,53	+ 0,3	.15	.06	Az arızalı arazi	5
4	512	2,07	2,00	+ 0,7	.15	.06	Az arızalı topo.	6
5	525	2,30	2,33	— 0,3	.07	.05	Arızalı topo	6
6	613	1,81	1,90	— 0,9	.10	.08	Arızalı topo.	6
7	523	0,59	0,55	+ 0,3	0	.06	Arızalı topo.	4
8	525	0,68	0,70	— 0,2	4	.06	Arızalı arazi	8
9	527	1,16	1,10	+ 0,6	08	.06	Az arızalı topo.	6
10	528	0,42	0,38	+ 0,4	09	.04	Arızalı topo.	10
11	531	0,38	0,38	∓ 0	1	.05	Arızalı arazi	7
12	33	1.04	1,15	— 9	.13	.07	Az arızalı topo.	6
13	26	2,56	2,47	+ 9	.10	.05	Çok arızalı topo.	5
14	768	2,12	2,16	— 0,04	∓ 0,16	∓ 0,06	Arızalı topo.	8

Mukayese listesinde verilen ve bilinmeyen bir ara istasyon için muhtelif markör istasyonlarının yardımı ile hesaplanan ortalama hata neticelerini mukayese etmek için (28) formülünün elementleri için bazı kabuller yapmalıyız. Bunun için yazar Δh ve $d\Delta h$ onları yakın zonların sınırları içindeki ortalama hataları için bazı uygun maksimum değerlerini çıkarmak için tecrübe hesapları yapmıştır. Neticeler aşağıdadır:

Zon	Δh	$d\Delta h$	$m\Delta h$	$md\Delta h$
C	10	5	∓ 5	∓ 5
D	15	10	5	5
E	30	20	5	5
F	50	40	5	5
G	100	70	5	5
H	150	100	5	5

Bu doneleri kullanarak, muhtelif zonlar için artışların ortalama hatasını aşağıdaki gibi hesaplayabiliriz.

Zon	C	D	E	F	G	H
m_{dTc}	∓ 0.19	∓ 0.10	∓ 0.06	∓ 0.04	∓ 0.02	∓ 0.01

C ve D ortalama hataları çok yüksek olduğundan bunları ihmal edersek toplam ortalama hata $M_{dTc} = \mp 0{,}07$ mgal olacaktır.

Teorik ve amprik ortalama hatalar arasındaki mukayese her türlü topografik şartlarda en az dört markörün içinden ek istasyonların teren tesirlerinin tayini için iyi bir korelasyonun mevcut olduğunu gösterir.

Netice.1 — İlk metot yalnız profiller üzerinde tatbik edilir. Halbuki değişen teren metodu her doğrultuda tatbik edilir.

2 — Değişen teren metodu hesaplama maksadı için çok az markör istasyona ihtiyaç gösterir. Halbuki diğer iki metot kontrol noktalarını icap ettirir.

3 — Değişen teren metodu diğer iki metoda nazaran daha süratli tatbik edilebilen ekonomik bir metoddur.

4 — Birinci ve ikinci metot gravite donelerini ve anomalilerini enterpole etmek için de kullanılır. Halbuki "Değişen teren metodu" sadece topografik veya topografik izostatik teren tashihi hesapları için kullanılır.

5 — F, G veya lüzumu halinde H zonlarını dikkate alarak muhtelif markör istasyonlara ait hesaplardan müessir olan ortalama değere hiç bir sistematik hata koymayacağız. Bundan do-

layı herhangi bir kimse muhtelif markörlerle hesaplanabilen bir birine bitişık iki veya üç yeni istasyondan teren tesirini bulmayı teklif edebilir.

6 — Her üç metot jeoidin dalgalanması sebebiyle gravimetrik jeodezi maksatları için kolayca tatbik edilebilir.

Yazar, MEMI'nin Jeofizik Şefi Mr. R.E. Doan'a tavsiyelerinden ve bu araştırmanın yapılması için gösterdiği kolaylığa teşekkür eder.