

ELEKTROMANYETİK REFLEKSİYON

Dr. Sırrı Kavlakoğlu

M. İ. A. Enstitüsü

A B S T R A C T

When a sinusoidal puls is generated in an homogerous and isotropic medium by a dipole $\vec{P}(t) = \vec{P}_0 e^{-i\omega t}$ magnetic and electric intensity vectors thus produced will satisfy the following respective Maxwell equations:

$$\nabla \times \vec{E} = -\mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \quad \nabla \cdot \vec{H} = 0$$

$$\nabla \times \vec{H} = \epsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \sigma \vec{E} \quad \nabla \cdot \vec{E} = 0$$

When conductivity is zero, the above vectors will be the solutions of following equations respectively.

$$\nabla^2 \vec{E} = \frac{1}{v_0^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \quad \nabla^2 \vec{H} = \frac{1}{v_0^2} \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2}$$

The propagation \vec{H} for a distance r is given by:

$$\vec{H} = \frac{|\vec{P}_0| v_0}{4\pi} e^{-i\omega(t - \frac{r}{v_0})} \cdot \left(\frac{\omega^2}{rv_0^2} - i \frac{\omega}{r^2 v_0} \right) \frac{\vec{d} \times \vec{r}_0}{d}$$

For the H_ϕ component taken in spherical coordinates and for $r \gg \lambda$

$$H_\phi = \frac{|\vec{P}_0|}{4\pi r^2} \sin \theta \cdot e^{-i \frac{2\pi}{\lambda} (r - v_0 t)} \quad \text{can be written.}$$

For the case when conductivity is not zero H_ϕ will be given by the following equation:

$$H_\phi = \frac{|\vec{P}_0|}{4\pi r^2} \sin \theta \cdot e^{-i \frac{2\pi}{\lambda} (r - vt)}$$

where

$$v = \left[\frac{\mu\epsilon}{2} \left(\sqrt{1 + \frac{r^2}{\epsilon\epsilon_0^2}} + 1 \right) \right]^{-1/2}$$

for basalt and sedimentary rocks with high density.

v is about $10^4 \sqrt{\omega} - 10^5 \sqrt{\omega}$ m/sn. For hematite beds $10^2 \sqrt{\omega}$ m/sn for copper beds $10^0 \sqrt{\omega}$ m/sn.

With the above considerations it was possible to show that ray theories applicable to elastic waves are also applicable to electromagnetic waves and thus electromagnetic reflection method has been imported into the methods of applied geophysics as a possible tool for determining electromagnetic properties of mineral zones and rocks.

Ö Z E T :

Homojen ve izotropik bir ortamda sinüsoidal puls $\vec{P}(t) = P_0 e^{-i\omega t}$ dipolü tarafından meydana getirilmiş olsun.

Ortamda meydana gelen E elektrik alan ve H manyetik alan vektörleri:

$$\nabla \times \vec{H} = -\mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \quad \nabla \cdot \vec{H} = 0$$

$$\nabla \times \vec{E} = \epsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \sigma \vec{E} \quad \nabla \cdot \vec{E} = 0$$

Maxwell denklemlerini sağlayacak ve iletkenliği sıfır olduğu halde de:

$$\nabla^2 \vec{E} = \frac{1}{v_0^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}, \quad \nabla^2 \vec{H} = \frac{1}{v_0^2} \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2}$$

diferansiyel denklemlerin çözümleri olacaktır.

→

H alanının yayınımlı bir r uzaklığı için

$$\vec{H} = \frac{|P_0| v_0}{4\pi} e^{-i\omega \left(t - \frac{r}{v_0} \right)} \left\{ \begin{array}{l} \frac{\omega^2}{r v_0^2} \\ -i \frac{\omega}{r^2 v_0} \end{array} \right\} \frac{\vec{d} \times \vec{r}_0}{d}$$

Küresel koordinat sisteminde seçil-

miş \vec{H}_ϕ bileşeni için $r \ll \lambda$ alınmak şartıyla

$$H_\phi = \frac{|P_0| \sin \theta}{4\pi r^2} e^{-i \frac{2\pi}{\lambda} (r - v_0 t)} \text{ olur.}$$

İletkenliğin mevcudiyeti halinde

$$H_\phi = \frac{|P_0| \sin \theta}{4\pi r^2} e^{-i \frac{2\pi}{\lambda} (r - vt)}$$

şeklinde olacaktır. Burada

$$v = \left[\frac{\mu\epsilon}{2} \left(\sqrt{1 + \frac{\sigma^2}{\omega^2 \epsilon^2}} + 1 \right) \right]^{-1/2}$$

olup Bazalt ve yoğun sedimanlar için $10^4 \sqrt{\omega} - 10^5 \sqrt{\omega}$ m/sn hematit yatakları için $10^2 \sqrt{\omega}$ m/sn, bakır yatakları için $10^0 \sqrt{\omega}$ mertebelerindedir.

Bu mütalâalardan sonra elâstik dalgalar için kullanılan ışın teorisini elektromanyetik dalgalara uygulayabilmek mümkün olabilmıştır.

Sonuç olarak elektromanyetik refleksiyon usulü tatbiki jeofiziğe ithal edilmiş ve bu usulle, kayalara ve mineral zonlara ait elektromanyetik özelliklerin tayin edilebileceği gösterilmiştir.

Kullanılan işaretlerle ilgili liste (rasyonel MKS birimleri cinsinden):

- μ = Manyetik geçirgenlik
 σ = İletgenlik
 ϵ = Dielektrik
 \vec{H} = Manyetik alan
 \vec{E} = Elektrik alan
 \vec{A} = Vektörel potansiyel
 t = Zaman (saniye olarak)
 ω = Açısal frekans
 λ = Dalga boyu
 r, θ, ϕ = Küresel koordinatlar
 k = Ortama ait dalga sayısı
 α = Faz faktörü
 β = Sönüm faktörü
 $v_0 = \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}}$ = Elektromanyetik faz hızı
 $v = \left[\frac{\mu\epsilon}{2} \left(\sqrt{1 + \frac{\sigma^2}{\omega^2\epsilon^2}} + 1 \right) \right]^{-\frac{1}{2}}$
 Faz hızı
 d = Dipol uzunluğu
 $\vec{r}_0 = \vec{r}$ Doğrultusundaki birim vektör
 \vec{d} = Dipolün d doğrultusundaki vektör uzunluğu

GİRİŞ :

Tatbiki jeofizikte arz yüzeyine ve iki dielektrik ortam içinde bir iletken tabakaya ait elektromanyetik özelliklerin tayini önemlidir.

Arz kabuğunun iletkenliğinin tayini ile ilgili olarak J. R. Johler ve C. M. Lilley (Journal of Geophysical Research V. 66 N. 10 1961) yıldırım enerjisinden faydalanmak üzere bir metot vermişlerdir. A. Sommerfeld (Ann. Physical, 1135, 1909), Weyl (Ann. Physic 60, 481, 1919) radyo dalgalarının yayınında arzın tesirlerini etüd etmişlerdir.

C. L. Pekeris ve Z. Alterman yarı sonsuz homojen bir ortamda puls yayını dikkate alarak hertz potansiyeli-

linin bulunmasında matematik bir kolaylık sağlamak bakımından elektromanyetik dalganın elâstik dalga tabiatında mütalâa edilebilmesi için çözüm vermişler ve ışın teorisinin bazı haller için uygulanma şartlarını belirtmişlerdir. (Journal of Applied Physic, V. 28 N. 11, 1957).

Burada giriş bölümünün ilk paragrafında bahsedilen problemin çözümü için, tatbiki jeofizikteki uygulamalara uygun olarak elektromanyetik dalganın sismik dalga gibi mütalâa edilmesi imkânları araştırılmış, bu elde edildikten sonra sismik metodlara ait neticelerden faydalanılmıştır. Ancak varılan neticelerin uygulanabilme imkânlarının münakaşası yapılmamıştır.

Maxwell Denklemleri : Homojen ve izotropik bir ortamda sinüsoidal puls yayını

$$\vec{P}(t) = \vec{P}_0 e^{-i\omega t} \quad (1)$$

dipolü vasıtasıyla yaratılmış olsun. Sebep yük ihtiva etmeyen bu ortam \vec{E} ve \vec{H} alanları aşağıdaki Maxwell denklemlerini sağlayacaktır.

$$\begin{aligned} \nabla \times \vec{E} &= -\mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} & \nabla \cdot \vec{H} &= 0 \\ \nabla \times \vec{H} &= \epsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \vec{\sigma} \vec{E} & \nabla \cdot \vec{E} &= 0 \end{aligned} \quad (2)$$

Bundan \vec{E} ve \vec{H} alanları için

$$\begin{aligned} \nabla^2 \vec{E} &= \frac{k^2}{\omega^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \\ \nabla^2 \vec{H} &= \frac{k^2}{\omega^2} \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} \end{aligned} \quad (3)$$

diferansiyel denklemleri yazılabilir.

Burada $k^2 = \omega^2 \mu\epsilon + i\omega\mu\sigma$ dır.

$k = \alpha + i\beta$ koyalım.

Eğer iletkenlik sıfır ise,

$k = \omega \sqrt{\mu\epsilon}$ olacaktır.

$v_0 = \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}}$ elektromanyetik faz hızı

$$\vec{H} = \frac{|\vec{P}_0| v_0}{4\pi} e^{-i\omega \left(t - \frac{r}{v_0} \right)}$$

$$\left\{ \frac{\omega}{r v_0} - i \frac{\omega}{r^2 v_0} \right\} \vec{d} \times \vec{r}_0 \quad (6)$$

yazılır.

olduğuna göre, (R. F. Harrington, Time-Harmonic Electromagnetic Field 1961) (3) denklemleri

$$\begin{aligned} \nabla^2 \vec{E} &= \frac{I}{v_0^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \\ \nabla^2 \vec{H} &= \frac{I}{v_0^2} \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} \end{aligned} \quad (4)$$

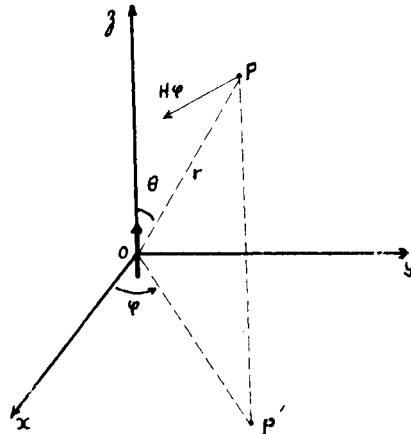
şeklinde yazılabilir.

Dipol alanına ait bir r uzaklığı için vektör potansiyeli

$$\vec{A} = \frac{-i\omega}{4\pi r} \vec{P}_0 e^{-i\omega \left(t - \frac{r}{v_0} \right)} \quad (5)$$

olduğu malumdur, (A. K. Hippel Dielectric and Waves 1954).

$\vec{H} = \nabla \times \vec{A}$ bağıntısından



Şekil : 1

Küresel koordinatlarda H_ϕ yi ifade edelim. (Şek. 1)

$\vec{P}(t)$ dipolü koordinatların başlangıcına konmuş olsun. Formül (6) dan derhal

$$\begin{aligned} H_\phi &= \frac{|\vec{P}_0| v_0}{4\pi} e^{-i\omega \left(t - \frac{r}{v_0} \right)} \\ &\left\{ \frac{\omega^2}{r v_0^2} - i \frac{\omega}{r^2 v_0} \right\} \sin \theta \end{aligned}$$

yazılır λ dalga boyu olduğuna göre $r \ll \lambda$

için, sadece $\frac{I}{r^2}$ terimi alınabilir.

Bu takdirde

$$H_\phi = \frac{|\vec{P}_0| \sin \theta}{4\pi r^2} e^{-i\omega \left(t - \frac{r}{v_0} \right)}$$

$\lambda = \frac{v_0}{f}$ olduğundan

$$H_\phi = \frac{|\vec{P}_0| \sin \theta}{4\pi r^2} e^{-i \frac{2\pi}{\lambda} (r - v_0 t)} \quad (7)$$

elde edilir.

Formül (7) $\vec{P}(t)$ dipolü muvacehesinde H alanına ait H dalga ışınının v_0 elektromanyetik faz hızı ile yazıldığını göstermektedir.

İletkenlik sıfırdan farklı olduğu takdirde.

$$\alpha + i\beta = (\omega^2 \mu\epsilon + i\omega\mu\sigma)^{1/2} \quad \text{den}$$

$$\alpha = \alpha \left[\frac{\mu\epsilon}{2} \left(\sqrt{1 + \frac{\sigma^2}{\epsilon^2 \omega^2}} + 1 \right) \right]^{1/2}$$

$$\beta = \omega \left[\frac{\mu \epsilon}{2} \left(\sqrt{1 + \frac{\sigma^2}{\epsilon^2 \omega^2}} - 1 \right) \right]^{1/2}$$

bulunur. α faz faktörü β sönüm faktörüdür. (Stratton, Electromagnetic Theory 1941).

Denklem (3) ve (5) ten

$$\vec{A} = - \frac{i\omega}{4\pi r} \vec{P}_0 e^{-i\omega \left[t - \frac{(\alpha + i\beta)r}{\omega} \right]} \quad (8)$$

ayrıca $\nabla \times \vec{A} = \vec{H}$ bağıntısından

$$\vec{H} = \frac{|\vec{P}_0|}{4\pi} \frac{\omega}{\alpha + i\beta} e^{-i\omega \left[t - \frac{(\alpha + i\beta)r}{\omega} \right]} \left\{ \frac{\omega^2}{r \left(\frac{\omega}{\alpha + i\beta} \right)^2} \right.$$

$$\left. - i \frac{\omega}{r^2} \frac{\omega}{\alpha + i\beta} \right\} \vec{d} \times \vec{r}_0$$

bağıntısı bulunur. Buradan H_ϕ bileşeni için (Şek. 1)

$$H_\phi = \frac{|\vec{P}_0|}{4\pi} \frac{\omega}{\alpha + i\beta} e^{-i\omega \left[t - \frac{(\alpha + i\beta)r}{\omega} \right]} \left\{ \frac{\omega^2}{r \left(\frac{\omega}{\alpha + i\beta} \right)^2} \right.$$

$$\left. - i \frac{\omega}{r^2} \frac{\omega}{\alpha + i\beta} \right\} \sin \theta$$

λ dalga boyu $r \ll \lambda$ için

$$H_\phi = |\vec{P}_0| \cdot \frac{\sin \theta}{4\pi r'} \cdot e$$

$$i\omega \left[\frac{(\alpha + i\beta)r}{\omega} - t \right]$$

$$v = \frac{\omega}{\alpha} \text{ elektromanyetik faz hızı}$$

olduğuna göre

$$H_\phi = |\vec{P}_0| \cdot \frac{\sin \theta}{4\pi r^2} e^{-\beta r} \cdot e^{i\omega \left(\frac{r}{v} - t \right)}$$

$$\left(\frac{r}{v} - t \right), \lambda = \frac{v}{f} \text{ olduğuna göre}$$

$$H_\phi = |\vec{P}_0| \cdot \frac{\sin \theta}{4\pi r^2} e^{-\beta r} \cdot e^{i\omega \left(\frac{r}{v} - t \right)} \frac{2\pi}{\lambda} \quad (9)$$

olacaktır.

Formül (9) $P(t)$ dipolü muvacehesinde H alanına ait H_ϕ dalga ışınının v elektromanyetik faz hızı ile yayıldığını göstermektedir.

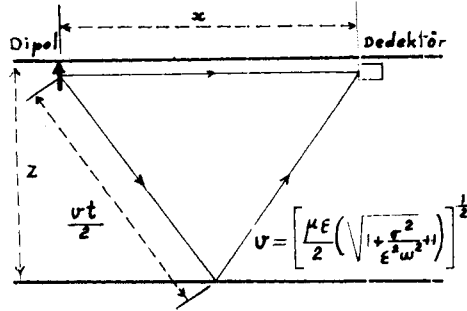
Muhtelif Kayaçlar ve Mineral Yataklarına Ait Elektromanyetik Dalga faz hızları. Muhtelif kayaçlar ve mineral yataklarına ait elektromanyetik dalganın faz hızları tayin edilmiş ve bir liste halinde verilmiştir. Tablo — 1.

Kayaçlar ve mineraller arasında faz hızları bakımından oldukça önemli farkların mevcut olduğu görülmektedir.

Elektromanyetik Refleksiyon

Kesişme yüzeyinin yatay olduğu halde elektromanyetik refleksiyonun geometrik açıklanması için aşağıdaki şekilde çizilmiştir. (Şek. 2).

Doğrudan doğruya dedektöre gelen ışınlar dikkate alacak olursak, bunlar için zaman - uzaklık grafiği, orijinden geçen bir doğrudan ibaret olacaktır. (Şekil: 3).



Şekil : 2

Farklı elektromanyetik hızlara haiz iki tabaka halinde elektromanyetik refleksiyon ve satıh ışınlarının geometrik açıklaması.

Tablo — 1

Magmatik ve metamorfik kayalar:

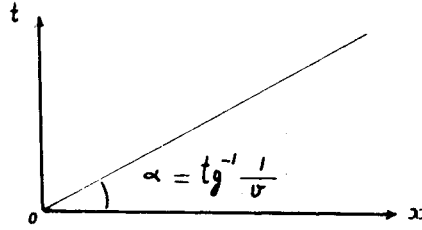
Bazalt	$1,5 \cdot 10^5 \sqrt{\omega}$
Granit	$2,3 \cdot 10^4 \sqrt{\omega}$
Kuarsit	$1/1,6 \cdot 10^4 \sqrt{\omega}$
Serpantin	$1,9 \cdot 10^4 \sqrt{\omega}$

Tortul Kayaçlar:

Kil ve şeyl	$2610^1 \sqrt{\omega} - 4 \cdot 10^4 \sqrt{\omega}$
Kil	$3 \cdot 10^4 \sqrt{\omega} - 1/2 \cdot 10^5 \sqrt{\omega}$
Buzul tortul kayalar	$26 \sqrt{\omega} - 1,2 \cdot 10^5 \sqrt{\omega}$
Yoğun tortul kayalar	$3 \cdot 10^4 \sqrt{\omega} - 3,6 \cdot 10^5 \sqrt{\omega}$

Sıkışmamış ve Yeni Yapılar:

Marn, kil, kum ve alüvyon depolar	$0,9 \cdot 10^1 \sqrt{\omega}$
Kalkopirit - Hematit	$3 \cdot 10^2 \sqrt{\omega}$
Kalkopirit	$1,6 \cdot 10^3 \sqrt{\omega} - 1 \sqrt{2 \cdot 10^3} \sqrt{\omega}$
Kalkopirit - Sfelarit	$13 \cdot 10 \sqrt{\omega}$
Kömür (Bitümlü, antrasit, linyit)	$2,3 \cdot 10^3 \sqrt{\omega} - 4 \cdot 10^5 \sqrt{\omega}$
Kurşun	$6,4 \sqrt{\omega} - 1/2 \cdot 10^4 \sqrt{\omega}$
Galen	$10 \sqrt{2} - 1,18 \cdot 10^3 \sqrt{\omega}$
Grafit	$3,6 \sqrt{\omega} - 3,2 \cdot 10^2 \sqrt{\omega}$
Hematit (spekülerit)	$\sim 0,8 \cdot 10^5 \sqrt{\omega}$
Nikel	$0,4 \sqrt{\omega} - 1/2 \sqrt{\omega}$
Pirit	$0,3 \sqrt{\omega} - 1,2 \sqrt{\omega}$
Pirit - kalkopirit, pirit - pirotit	$< 0,4 \cdot 10^4 \sqrt{\omega}$
Pirotit	$0,3 \sqrt{\omega} - 0,3 \cdot 10^{-1} \sqrt{\omega}$
Kayatzu	$1/\sqrt{2 \cdot 10^4} - 0,4 \cdot 10^6 \sqrt{\omega}$



Şekil : 3

Zaman - Uzaklık doğrusunun eğimi tabakaya ait v hızını verecektir.

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{v}$$

$$\alpha = \operatorname{tg}^{-1} \left[\frac{\mu \epsilon}{2} \left(\sqrt{1 + \frac{\sigma^2}{\epsilon^2 \omega^2}} + 1 \right) \right]^{-\frac{1}{2}} \quad (10)$$

olacaktır.

Kayaçların bir çoğu ve mineral yatakları için

$$\frac{\sigma}{\omega \epsilon} \gg 1$$

kabul edilebilir.

Ayrıca $\mu = \mu_0 = 1,257 \times 10^{-6}$ henry/m olarak alınacaktır.

Bu takdirde iletkenlik için

$$\operatorname{tg} \alpha = \sqrt{\frac{1}{2} \cdot \frac{\mu_0 \sigma}{\omega}}$$

$$\sigma = \frac{2\omega \operatorname{tg}^2 \alpha}{\mu_0} \quad \text{bulunur.} \quad (11)$$

Tabaka kalınlığı için de

$$Z = \frac{1}{2} \sqrt{(vt)^2 - x^2} \quad (12)$$

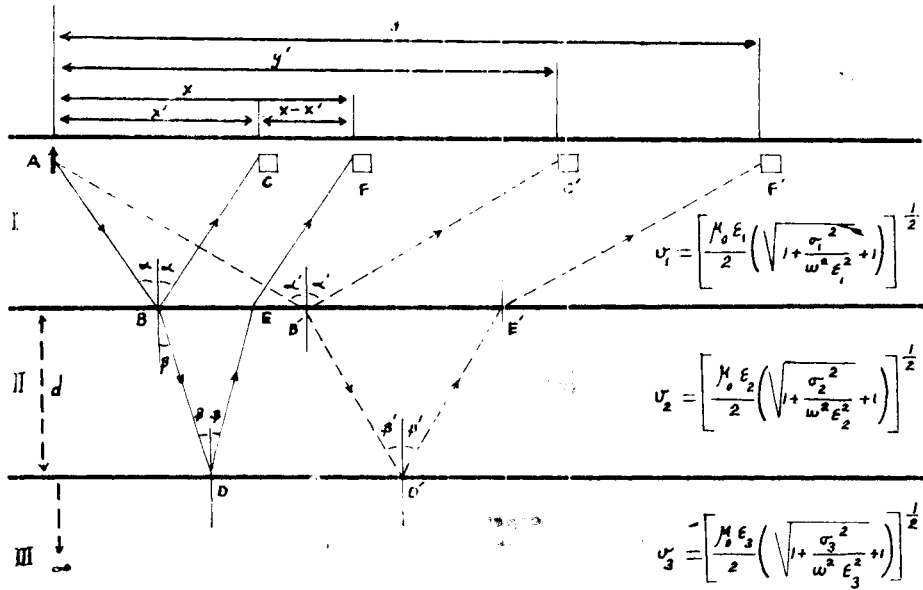
formülü yazılabilir.

Tatbiki jeofiziğin elektromanyetik prospeksiyon bölümüne giren ve çözümü verilemeyen bu hal de iletkenliği küçük iki tabaka arasında iletken bir tabakanın elektromanyetik özelliklerinin tayinidir.

Bu problemin çözümü için aşağıdaki çizimi dikkate alalım. (Şekil: 4).

Şekil : 4

iletkenliğin küçük iki ortam arasında iletken bir tabaka olması halinde elektromanyetik refleksiyon ışınlarının geometrik olarak gösterilişi.



Burada

$$\begin{array}{ccc} \sigma_2 > \sigma_1 & \geq & \sigma_3 \\ \epsilon_1 & \geq & \epsilon_3 > \epsilon_2 \end{array}$$

olduğu kabul edilmiştir. Böylece iletkenliği, küçük iki ortam arasında iletken bir tabakanın bulunması hali ortaya konmuş olmaktadır. Bu halde iletken tabakaya ait elektromanyetik özelliklerin bulunması ilerde sunduğumuz metodla mümkün olabilecektir.

Birinci tabakaya ait v_1 hızının ve buna ait t_1 zamanının tayin edilebileceği bundan önceki paragrafta gösterilmiştir.

Ayrıca DEF yoluna ait zaman rekordan okunabilecektir. Bunu t ile göstereyim. $t - t_1 = t_2$ olacaktır. (Şek. 4).

İkinci bir detektör sistemine giden A B' C' ve A B' D' E' F' yollarına ait zamanlardan (Şek. 4)

$$T - T_1 = T_2 \quad \text{olacaktır.}$$

(ek. 4) den aşağıdaki münasebetleri

yazabiliriz.

$$\left(\frac{v_2 t_2}{2} \right)^2 = \left(\frac{x - x_1}{2} \right)^2 + d^2 \quad (13)$$

$$\left(\frac{v_1 T_2}{2} \right)^2 = \left(\frac{y - y_1}{2} \right)^2 + d^2$$

(13) denklemlerini taraf tarafa çıkardığımız takdirde

$$v_1^2 = \frac{(x - x_1)^2 - (y - y_1)^2}{t_2^2 - T_2^2} \quad \text{olur.}$$

$\frac{\sigma_1}{\omega \epsilon_2} \gg 1$ olduğu takdirde

$$\sigma_2 = \frac{2(t_2^2 - T_2^2) \omega}{\mu_0 [(x - x_1)^2 - (y - y_1)^2]} \quad (14)$$

ifadesi bulunur.

Diğer taraftan d tabaka kalınlığı için

$$d = \sqrt{\left(\frac{v_2 t_2}{2} \right)^2 - \left(\frac{x - x_1}{2} \right)^2} \quad (15)$$

ifadesi kullanılabilir.

Ankara, Ağustos, 1966

Referanslar :

- 1) J. R. Jolite - C. M. Lilley
Journal of Geophysical Research
V. 66 N. 10 1961.
- 2) J. A. Stratton
Electromagnetik Theory 1941.
- 3) C. L. Pekeris - Z. Alterman
Journal of Applied Physics
V. 28 N. 11 1957.
- 4) J. N. Roserhaun
Geophysics
V. XXIX N. 3 pp. 370 - 394.
- 5) C. H. Dix
Seismic Prospecting for Oil.
- 6) R. F. Harrington
Time - Harmonic Electromagnetic Fields
1961.
- 7) L. A. Chernor
Wave Propagation in a Random Medium
1960.
- 8) A. Sommerfeld
Partial Differential Equations in Physics
1949.
- 9) P. M. Morse
Methods of Theoretical Physics
1953.
- 10) A. R. Nippel
Dielectrics and Waves
1954.
- 11) G. Bruhat
Oitic 1944.
- 12) Rayleigh
The Theory of Sound 1878.