

İKİ BOYUTLU MAĞNETİK ANOMALİLER İÇİN KUTBA İNDİRGEME YÖNTEMİ

POLE REDUCTION METHOD FOR TWO DIMENSIONAL MAGNETIC ANOMALIES

Z. DÜZGİR*

Ö Z :

Bilindiği gibi, mağnetik anomali haritalarının, gravite anomali haritalarınıninkine göre yorumu daha güçtür. Ancak, mağnetik ve gravite potansiyelleri arasında varolan Poisson bağıntısından,

$$\vec{J} \cdot \vec{\text{grad}} U = f.r.v$$

hareketle mağnetik anomaliler, gravite anomalileri karakterlerindeki haritalara dönüştürülebileceğinden, mağnetik anomali haritalarının yorumundaki bu farklılık ortadan kalkmış olacaktır.

Bu nedenle çalışmada, mağnetik kutba indirgeme yöntemi, iki boyutlu konum için tecrik bakımından geliştirilmiş ve uygulanması gayet kolay bir duruma getirilmiştir. Elde edilen sonuçlar bir model cismin oluşturduğu düşey mağnetik anomaliye uygulanarak doğrulanmıştır.

ABSTRACT :

It is known that the interpretation of a magnetic anomaly is more difficult than that of the gravity anomaly because of the orientation of magnetization vector. However to eliminate this difficulty, using Poisson relationship, a magnetic anomaly can be transformed to the gravity anomaly where the magnetization vector is in the vertical position :

$$\vec{J} \cdot \vec{\text{grad}} U = f.r.v$$

In this study the method of the reduction to the magnetic pole for only vertical magnetic anomaly map has been developed theoretically in two-dimensional case. Then for verification the method is applied to a vertical magnetic anomaly in two-dimensional case.

* İstanbul Üniversitesi, Jeofizik Kürsüsü, Fen Fakültesi - İSTANBUL

1 — GİRİŞ :

Doğal ya da yapay bir kuvvet alanında bulunan bir anomali cisminin oluşturacağı gravite ya da mağnetik alan potansiyel faktöre bağlıdır. Ayrıca, anomali cisminin oluşturduğu mağnetik anomalinin cismin şekline, mağnetik özelliklerine, hacmine ve gözlem noktasından olan uzaklığına bağlı olduğu da bilinmektedir. Mağnetik yapı ile anomali arasında, gravitede olduğu gibi, açık bir ilişki söz konusu değildir. Ayrıca, anomalinin yorumunda gerekli hesapların yapılabilmesi için de birçok faktöre gereksinime duyuur. Oysa, gravimetrik yöntemlerde, cismin oluşturduğu anomalinin maksimumu, cismin düzeyindedir ve gerekli hesaplar, mağnetik yöntemlere kıyasla, daha kolaydır. Bu nedenle, gravite ve mağnetik potansiyeller arasındaki ilişkiden yararlanarak, mağnetik anomalilerin gravite anomalilerine benzer anomalilere dönüştürülmesinde yarar vardır.

Baranov (1957), mıknatıslanma vektörünün, toplam arzmağnetik alan vektörü yönünde olduğu varsayımıyla, düşey ve toplam mağnetik anomalileri ile kutba indirgenmiş anomali ve türevleri arasındaki ilişkileri göstermiştir. Ayrıca söz konusu yöntemi, yarı sonsuz düşey bir prizmanın ve kürenin oluşturduğu anomalilere uygulayarak, yöntemin yararını göstermiştir.

İspir (1970), aynı yöntemi, mıknatıslanma vektörünün toplam arzmağnetik alan vektöründen farklı doğrultuda olması durumunda, düşey ve toplam mağnetik anomaliler ile kutba indirgenmiş anomali ve türevleri arasındaki ilişkiyi kurmuştur. Yöntemi, belli bir mağnetik modelin oluşturduğu anomalilere ve ölçü sonucu elde edilen mağnetik anomalilere uygulayarak, teorik olarak bulunan sonuçların doğruluğunu kanıtlamıştır.

Baranov (1957) daki varsayımlarla, Baranov ve Naudy (1964), meyil açısının 30°'den küçük olduğu bölgelerde, söz konusu yöntemin toplam mağnetik anomali haritalarına uygulanabilmesi amacıyla, gerekli değişiklikleri yapmışlardır. Yine yöntemi, küre olarak alınan model cismin oluşturduğu mağnetik anomaliye uygulamış ve yöntemin geçerliliğini göstermişlerdir.

Bhattacharyya (1965), iki boyutlu bir yapının doğurduğu mağnetik anomalinin yorumu için, mağnetik kutba indirgeme yöntemini toplam mağnetik anomali haritalarına uygulanabilecek şekilde, harmonik analiz yardımıyla, teorik olarak geliştirmiştir. Ayrıca, toplam mağnetik anomali haritalarının yorumunda, kutba indirgenmiş anomalinin ikinci türevinin en uygun olduğunu göstermiş ve geliştirdiği hesapların doğruluğunu kanıtlamak için de yöntemi, prizma olarak aldığı model cismin oluşturduğu anomali haritasına uygulamıştır.

Bu çalışmada, söz konusu kutba indirgeme yöntemi, iki boyutlu konum için, mıknatıslanma vektörünün arzmağnetik alanı doğrultusunda olduğu özel durumda, mağnetik anomalinin düşey bileşenine uygulayabilmek amacıyla geliştirilmiş ve elde edilen entegrıl denklemlerin sayısal çözümü sağlanarak bir uygulama yapılmıştır.

2 — YÖNTEMİN GELİŞTİRİLMESİ :

2.1 — Yöntemin İikeleri :

Bilindiği gibi gravite (U) ve mağnetik (V) potansiyelleri arasındaki Poisson bağıntısı

$$\nabla^2 U = f \cdot \sigma \cdot v \quad (1)$$

ile verilir. Bu bağıntı yazılırken yapılan tek varsayım anomali cisminin gravimetrik ve →
 mağnetik bakımından homojen olmasıdır. Burada, f gravitasyon sabiti, σ yoğunluk ve J
 anomali cisminin mıknatıslanma vektörüdür. Ayrıca, \vec{v} toplam mıknatıslanma yönün-
 de birim vektör olmak üzere

$$|J| = f \cdot \sigma$$

ve

$$\vec{J} = |J| \vec{v} \quad (2)$$

yazılabileceğinden,

$$\vec{V} = \vec{v} \cdot \text{grad } U = \frac{\partial U}{\partial v} \quad (3)$$

bulunur. (3) bağıntısının yorumu üzerinde durmakta yarar vardır. (1) denklemini, aynı ano-
 mali cisminin dışında bir noktada oluşturacağı gravite ve mağnetik potansiyeller ara-
 sındaki bağıntıyı vermektedir. Ancak $|J|/f \cdot \sigma = 1$ varsayımı yapıp, (3) bağıntısı bulun-
 duktan sonra, U potansiyelinin anlamı değişmektedir. Herhangibir doğrultuya sahip bir
 mıknatıslanma vektörünün doğurduğu gravite ve mağnetik potansiyelleri arasındaki ilgi

$$U = \int \vec{V} \cdot d\vec{s}$$

olarak da yazılabilir. Böylece U potansiyelinin, bir çeşit mağnetik potansiyel olduğu gö-
 rülür. Daha açık bir deyişle, U mağnetik potansiyeli, aynı anomali cisminin, düşey doğ-
 rultuda mıknatıslanması durumunda meydana getireceği potansiyeldir. Bu nedenle Ba-
 ranov (1957)'un çalışmasında, U potansiyeli psödo-gravimetrik potansiyel olarak adlan-
 dırılırken, daha sonraki çalışmada (Baranov ve Naudy, 1964; İspir, 1970; Bhattacharyya,
 1965) söz konusu potansiyel, kutba indirgenmiş mağnetik potansiyel olarak adlandırıl-
 mıştır.

2.2 — Düşey Mağnetik Anomalinin Dönüşümü :

→

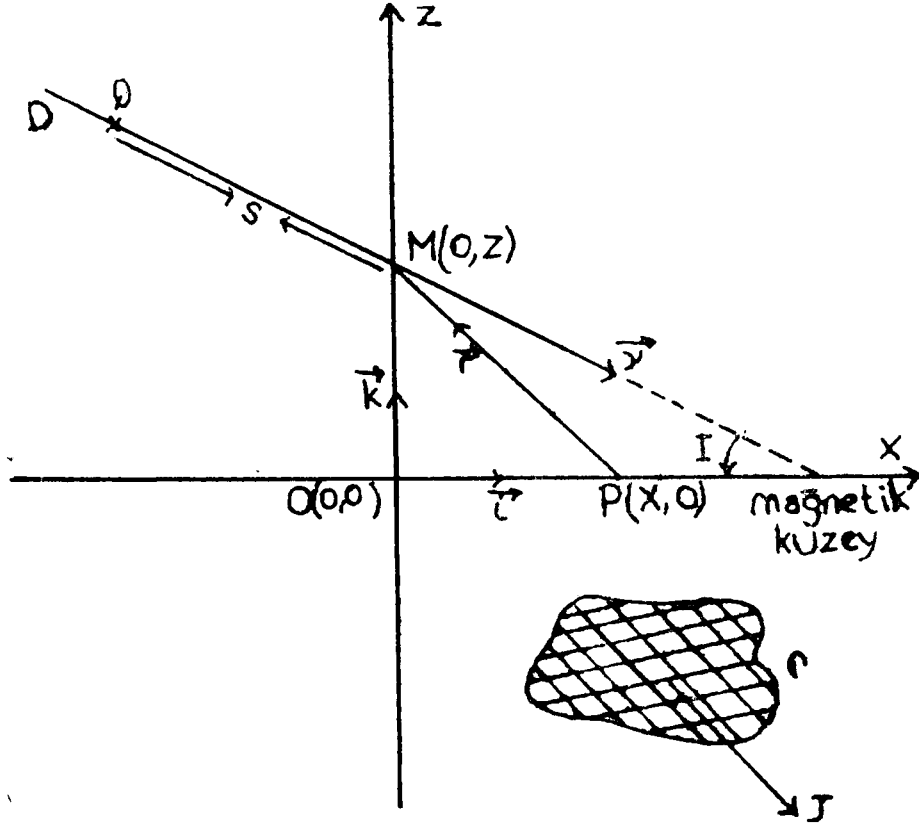
Oz yukarı doğru pozitif olmak üzere, 3 eşitliğinin Z 'ye göre türevi alınarak

$$Z = \frac{\partial Z_{90}}{\partial v} \quad (4)$$

bağıntısı elde edilir (Şekil 1). Burada, Z_{90} mıknatıslanma vektörünün düşey olması duru-
 munda meydana gelen ve gravite anomalisi görünümünde olan düşey mağnetik anomali;
 başka bir deyişle, kutba indirgenmiş anomalidir. Yukarı doğru analitik uzanım ve (4) eşit-
 liği; yardımıyla, M noktasında kutba indirgenmiş anomali değeri

$$Z_{90}(M) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} K(M, P) \cdot Z(P) \cdot dx \quad (5)$$

ile verilir. Burada $K(M, P)$ veya $K(x, z)$, lineer dönüşümün çekirdeği ve $Z(P)$ de P noktasındaki düşey mağnetik anomali değeridir.



Şekil 1

2.3 — Düşey Türevlerin Saptanması :

Mağnetik ve kutba indirgenmiş potansiyeller arasındaki ilişkiden hareketle, Z anomali değerini kullanarak mağnetik anomali haritalarının yorumunda çok kolaylık sağlayacak olan

$$Z'_{90}, Z''_{90}, Z'''_{90} \dots\dots\dots$$

kutba indirgenmiş anomalinin düşey türevlerini saptamak olanaklıdır. Ancak, çekirdek fonksiyonunun merkezde sürekli olmaması nedeniyle, tek nokta olarak alınan merkez, $\pm \epsilon$ uzunluğunda bir aralıkta izole edilir, böylece x - ekseninde iki bölge oluşturulur ve (5) eşitliği $Z = 0$ için

$$Z_{90}(x) = \frac{A}{\pi} \int_{-\epsilon}^{+\epsilon} \frac{Z(x)}{x} dx + \frac{1}{\pi} \int_{x > \epsilon} K(x) \cdot Z(x) \cdot dx \quad (6)$$

şeklinde yazılır.

Amacımız, düşeyden farklı bir doğrultuda mıknatıslanmış olan iki boyutlu anomali cisminin doğruduğu düşey mağnetik değerlerinden yararlanarak, aynı anomali cisminin düşey doğrultuda mıknatıslanması durumunda oluşturacağı düşey mağnetik alanı, başka bir deyişle kutba indirgenmiş düşey mağnetik anomaliyi hesaplamaktır. Bu amaçla, (6) eşitliğiyle verilen alanın düşey türevinin hesaplanması gerekmektedir. Böylece yukarıdaki açıklamalar da gözönüne alınarak, (5) denklemleri, (6) denkleminde olduğu gibi, yazılarak ve Z'ye göre türevi alınarak

$$Z'_{90}(M) = \frac{B}{\pi} \int_{-\epsilon}^{+\epsilon} \frac{Z(x)}{x^2} dx + \frac{1}{\pi} \int_{x>\epsilon} K'(x, 0) Z(x) \cdot dx \quad (7)$$

bulunur. Burada, $\pm \epsilon$ birim aralığında Z(x) değerinin sonlu olduğu ve değişmediği yani

$$Z(x) = Z_0 \quad (-\epsilon < x < +\epsilon)$$

olduğu, $2\epsilon = 1$ birim alındığı varsayımlarından sonra ve

$$B = \frac{\lambda}{1+\lambda} \quad (7a)$$

olduğundan (7) bağıntısı

$$Z'_{90}(x) = -\frac{4BZ_0}{\pi} + \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} K'(x, 0) \cdot Z(x) \cdot dx \quad (8)$$

olarak bulunur. Burada, gravite anomalisi karakterinde olan $Z'_{90}(x)$ in içerdiği K' çekirdeği Baranov ve diğer araştırmacıların incelediği üç boyutlu durumdakinden farklıdır. Şöyle ki, mağnetik anomalinin yöne bağlı olması ve mağnetik anomalinin uzanımına dik doğrultuda bir profil alınması nedeniyle, W açısının yani mağnetik kuzey ile profil araşındaki açının, birbirinden farklı yalnız iki değeri vardır. Örneğin profil kuzey-güney doğrultusunda alınmışsa, Baranov (1957) den hareketle L(W) fonksiyonu, Şekil 2'de de görüldüğu gibi, kutba indirgeme işlemleri yapılırken mağnetik anomaliye uygulanacak şebekede,

şebekenin merkezinden kuzeye doğru gidildiğinde $L_0 = \frac{\lambda}{1+\lambda}$ aynı merkezden güneye doğru gidildiğinde

$$L_{\pi} = -\frac{\lambda}{1-\lambda}$$

olarak verilir. (8) denkleminin son terimini hesaplamak için $\frac{Z(x)}{x^2}$ fonksiyonu, yatay eksen boyunca,

$$\frac{Z(x)}{x^2} = a + bx^2 + cx^4$$

polinomu olarak alınmıştır (İspir, 1970). Baranov (1957)'de izlenen yoldan yararlanarak, söz konusu bu entegral 0-1, 1-3, 3-5 ve 5- ∞ aralıklarına bölünmüş ve böylece $x = 1, 2, 3, 4$ ve 5 noktalarından geçmek koşuluyla söz konusu entegral

$$\int_0^{+\infty} \frac{Z(x)}{x^2} dx = 1,65 Z_1 + 0,24 Z_2 + 0,08 Z_3 - 0,32 Z_4 + 0,61 Z_5 = \sum_{k=1}^5 \beta_k Z_k \quad (9)$$

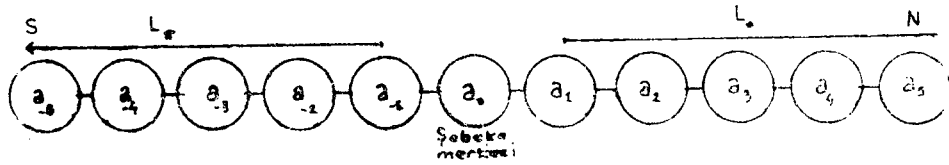
olarak hesaplanmıştır. Böylece (8) entegral denklemi,

$$Z'_{90}(x) = \frac{4BZ_0}{\pi} + \frac{L_0}{\pi} \sum_{k=1}^5 \beta_k Z_k + \frac{L\pi}{\pi} \sum_{k=1}^5 \beta_k Z_k$$

veya

$$Z'_{90}(x) = a_0 Z_0 + \sum_{k=1}^5 a_k Z_k + \sum_{k=1}^5 \underline{a}_k Z_k \quad (10)$$

olarak son şeklini almıştır (Şekil : 2).



3 — UYGULAMA :

Teorik olarak bulunan sonuçları kanıtlamak amacıyla, söz konusu yöntem, bilinen bir model cismin doğurduğu mağnetik anomaliye uygulanmıştır.

Model cisim birim derinlikte, yatay olarak doğu-batı doğrultusunda sonsuza uzanan ve mıknatıslanma vektörünün meyil açısı $I = 60^\circ$ olan bir silindiridir. Söz konusu model cismin doğurduğu mağnetik anomali Gay (1965) tarafından saptanan eğri topluluğundadır. (family curves) seçilmiştir.

Şekil 2'den de görüldüğü gibi, 11 katsayı içeren şebekenin katsayıları (10) bağıntısından hareket edilerek aşağıdaki şekilde hesaplanmıştır: B, I meyil açısının bilinen bir değeri için (örneğin, bu çalışmada $I = 60^\circ$) 0,3333 olarak hesaplanmış ve böylece şe-

beke merkezinin katsayısı $a_0 = 0,4243$ olarak bulunmuştur. (7a ve 10). Aynı yol izlenerek, $L(W)$ fonksiyonunun $W = 0$ ve $W = \pi$ değerleri için $L_0 = 0,3333$ ve $L_\pi = -1$ daha son-

ra $\frac{L_0}{\pi} = 0,1061$ ve $\frac{L_\pi}{\pi} = -0,3183$ değerleri saptanmıştır. Böylece $I = 60^\circ$ için söz

konusu şebekenin katsayıları (9) bağıntısında verilen β_k değerlerinin de yardımıyla kolaylıkla hesaplanabilir (Tablo 1).

Tablo 1 : $I=60^\circ$ için şebeke katsayıları (Bkz. Şekil 2)

a_{-5}	a_{-4}	a_{-3}	a_{-2}	a_{-1}	a_0	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5
-0,1952	0,1007	-0,0254	-0,0762	-0,5252	-0,4243	0,1751	0,0254	0,0085	-0,0336	0,0651

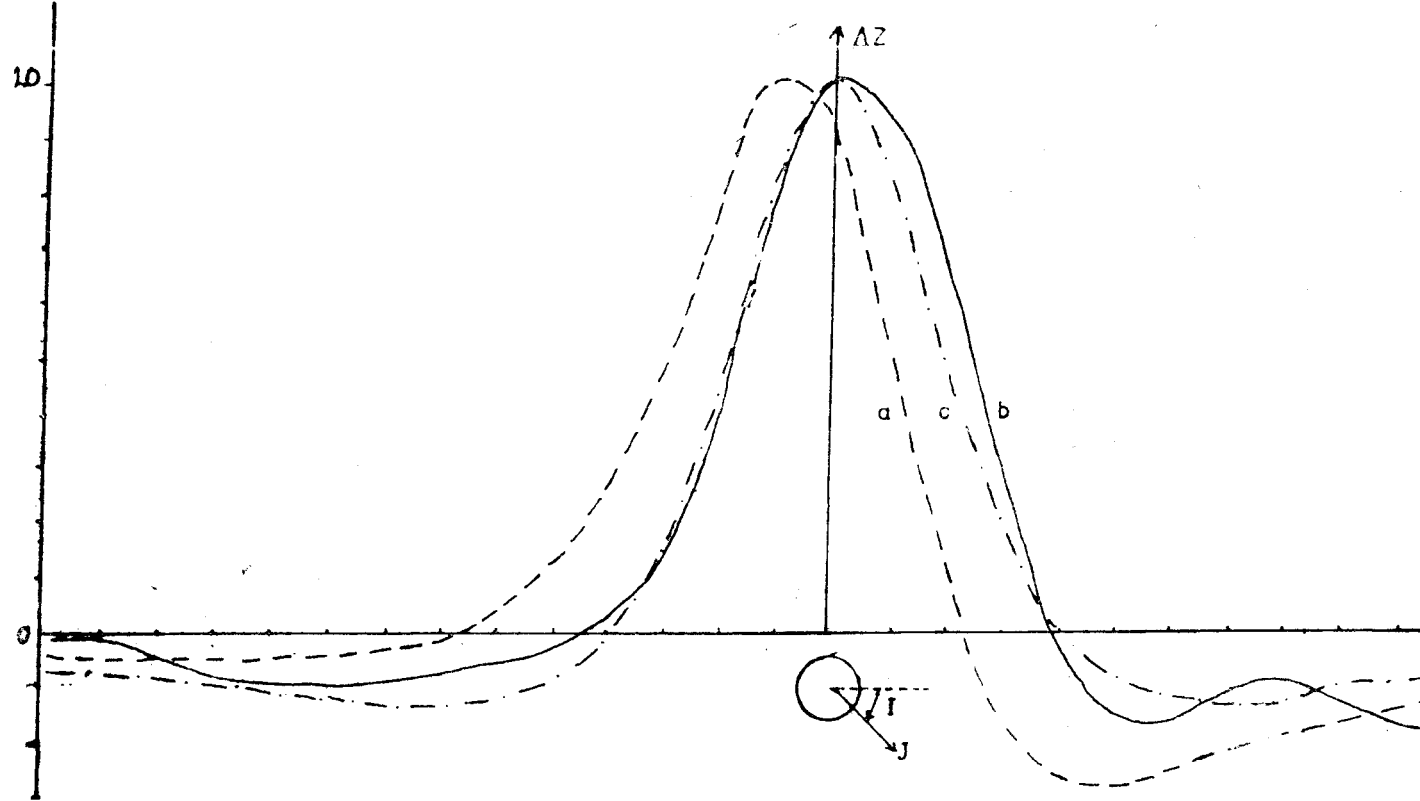
Silindir olarak alınan cismin doğurduğu magnetik anomali eğrisi, $I = 60^\circ$ için Gay'ın (1965) eğri topluluğundan alınıp normalize edilerek çizilmiştir (Şekil 3'a eğrisi). Söz konusu eğriye yöntemin uygulanması sonucu elde edilen eğri, yani kutba indirgenmiş anomali eğrisi (b eğrisi), aynı şekilde ve ayrıca bu eğri ile kıyaslanabilmek amacıyla, $I = 90^\circ$ için düşey magnetik anomaliyi veren eğri (c eğrisi) yine Gay (1965)'den alınmış ve normalize edilerek Şekil 3'de verilmiştir.

4 — SONUÇLAR :

Bu çalışmada, iki boyutlu durumda, magnetik kutba indirgeme yöntemi, magnetik yapının mıknatıslanma vektörünün, toplam arz magnetik alan doğrultusunda olması durumunda, düşey magnetik anomaliler için, teorik ve pratik olarak geliştirilmiştir. Söz konusu yöntem, düşey magnetik anomaliye, magnetik kuzey-güney doğrultusunda bir profil boyunca uygulanmıştır. Ancak, yöntemin anomali haritalarına, magnetik boylamdan farklı bir doğrultuda uygulanabilmesi, başka bir deyişle iki boyutlu anomali cisminin doğu-batı doğrultusunda olmaması durumu için, ufak değişiklikler gereklidir. (Örneğin Bhattacharyya, 1965).

Uygulama sonucu, meyil açısının 90° olması durumunda oluşan magnetik anomali (Şekil 3'c eğrisi) ile kutba indirgenmiş anomali (Şekil 3'b eğrisi) kıyaslandığında, aralarında iyi bir uyum olduğu görülür. Ancak, Şekil 3'deki b eğrisinin kuyruk kısımlarında anomalinin yorumlanmasında önemli olmayan, dalgalanmalar görülmektedir. Bu dalgalanmanın nedenleri,

- i) Entegralin, sonlu bir toplama işlemi olarak çözümlenmesi,
- ii) Şebekedeki okuma aralıklarının büyük ve böylece okuma sayısının az oluşu,
- iii) Entegral alınırken, son aralığın $(5-\infty)$ çok büyük oluşu olabilir.



Şekil 3

- a) $I=60^\circ$ için silindirin doğurduğu düşey mağnetik anomali,
 b) Kutba indirgenmiş anomali,
 c) $I=90^\circ$ için silindirin doğurduğu düşey mağnetik anomali'ler normalize edilerek çizilmiştir.

Yukarıda sıralanan nedenleri yok etmek olanaklı olduğu halde, yöntemin uygulamadaki pratikliği azalacağı için bu yola gidilmiştir.

Uygulamadan da görüldüğü gibi, bu çalışmada geliştirilen yöntem, kolay anlaşılır ve hayli pratik duruma konmuştur. Bilgisayar olmasa bile küçük bir el hesap makinesi ile çok kısa bir zamanda yöntemin iki boyutlu anomalilere uygulanabileceği açıktır.

Kutba indirgeme yöntemi, iki boyutlu durumda, yatay ve toplam anomaliler için bazı değişikliklerle, kalıntı mıknatıslanmanın ihmal edilmediği yani toplam arzmağnetik alan doğrultusunun, mıknatıslanma vektör doğrultusundan farklı olması durumlarında da geliştirilmektedir.

TEŞEKKÜR

Konuyu öneren ve çalışmayı yöneten Dr. Yılmaz İspir'e teşekkür ederim.

YARARLANILAN KAYNAKLAR

- Baranov, V., 1957, A new method for interpretations : Pseudo-gravimetric anomalies, Geophysics, V. 22, pp. 290 - 320.
- Baranov, V. and H. Naudy, 1964, Numerical calculation of the formulae of reduction to the magnetic pole, Geophysics, V. 29, pp. 67 - 79.
- Bhattacharyya, B.K., 1965, Two-dimensional harmonic analysis as a tool for magnetic interpretation, Geophysics, V. 30, pp. 829 - 857.
- Gay, S.P., 1965, Standart curves for magnetic anomalies over long horizontal cylinders, Geophysics, V. 30, pp. 818 - 828.
- İspir, Y., 1970, The general case of the method of the reduction to the pole and its applications to the magnetic maps, Rev. Fac. Sci. Univ. Istanbul, Ser. C, 35, Fas. 1 - 4, 1 - 16.