

## İKİ BOYUTLU GRAVİTE ANOMALİLERİNİN EN KÜÇÜK KARELER TEKNİĞİ İLE DEĞERLENDİRİLMESİ

Least–Squares interpretation of gravity anomalies caused by two–dimensional structures\*

VASFİ EROL\*\*

ÖZ

En küçük kareler tekniği birçok istatistik problemlerin çözümünde bir kriter olarak başarıyla kullanılmaktadır. İki boyutlu gravite kütlelerinin değerlendirilmesinde de böyle bir kriterin uygulanması olanaklıdır. Bu amaçla, üç ayrı en küçük kareler iterasyon yönteminin içeriği ve uygulanabilirliği üzerinde bazı model çalışmaları yapılmıştır. Bu model çalışmalarında, varsayılan bir modelin verdiği gravite anomalisi ölçülen anomali olarak ele alınmış ve birçok iterasyonlardan sonra varsayılan modele yakın modeller hesaplanmıştır. Saptanacak parametre olarak poligon hale getirilen iki boyutlu kütlelerin köşe koordinatları alınmıştır.

Newton–Gauss iterasyon yöntemi, kesilmiş Taylor serisini kullanmakta olup parametreleri lineer kabul etmektedir. Parametrelerin lineer kabul edilmesi için çok iyi bir modelden başlamak gerekmektedir.

İkinci teknik Gradyen yöntemi olarak isimlendirilebilir. Burada esas olan, en küçük kareler fonksiyonunun en hızlı azalma yönü ile ilgili olan gradyenini hesaplama ve parametreleri bu yönde düzeltmektir. Herhangi bir başlangıç modelinden çözüme ulaşmak olanaklıdır. Ancak, son iterasyonlarda çözüme yaklaşma hızı oldukça düşmektedir.

Newton–Gauss yöntemi ile Gradyen yöntemi arasında bir interpolasyon yapan ve çözüme en kısa zamanda ve en az iterasyonla ulaşılmasını sağlayan Marquardt yönteminin de çok etkin bir teknik olduğu sonucuna varılmıştır. Başlangıç modeli olarak yine herhangi bir model almak olanaklıdır.

Yapılan analizlerin sonucu olarak Gradyen yönteminin gerçek saha verilerine uygulanması uygun görülmüş ; sabit ve değişken yoğunluk kontrastları ile yapılan gravite değerlendirmeleri iyi sonuçlar vermiştir.

---

\* Master tezi özeti

\*\* Türkiye Petrolleri A. O., ANKARA

**ABSTRACT**

Least-squares techniques can successfully be used as a criterion in the solution of many statistical problem. It is also possible to use this criterion in estimating the parameters in the interpretation of two dimensional gravity masses. To serve this purpose, there separate least squares iteration techniques have been analysed and their contents and feasibilities have been tested on several models.

One of these iteration techniques - so - called the Newton-Gauss technique - utilizes the truncated Taylor series in estimating the change in parameters. With this technique, the change in parameters is assumed to be linear. This assumption is true in the vicinity of absolute minimum. Therefore the starting model should yield a last - squares - error function very close to absolute minimum. Otherwise the solution does not converge.

The second iteration technique - so - called the Gradient technique-uses the steepest - descent direction in estimating the change in starting parameters. With this method, it is possible to reach a feasible solution starting with any model. But in the last iterations, there rate of convergence slows down considerably.

The third iteration technique may be called as Marquardt's technique. It removes the inadequacies in Newton - Gauss and Gradient methods and interpolates between the two. With this technique, the rate of convergence can be increased in the vicinity of absolute minimum, starting with any feasible model.

Considering the fast convergence in the early iterations, the Gradient technique has been applied on field data successfully using both constant and variable density contrasts.

## GİRİŞ

Bu çalışmanın özünü, istatistik bir kriter olarak alınan en küçük kareler tekniği ile iki boyutlu gravite anomalilerinin bazı iterasyon yöntemleri kullanılarak değerlendirilmesi oluşturmaktadır. Bu amaca yönelik stratejinin uygulanmasında, öncelikle, iki boyutlu gravite probleminin tanımının yapılması ve bu kültürlerin verdiği anomalinin hesaplanması gerekmektedir. TALWANI, WORZEL ve LANDISMAN (1959), iki boyutlu kültürlerin gravitesini pratik bir şekilde hesaplamak üzere bir yöntem önermişlerdir. Bu yöntem uyarınca kütle  $N$ -kenarlı bir poligon şekline getirilmektedir. Bu işlemden sonra iki boyutlu kütlelerin gravitesi poligon köşelerinin bir fonksiyonu olarak kolayca elde edilebilmektedir.

Çalışmanın önemli bir bölümünü, iki boyutlu gravite anomalilerinin en küçük kareler teknikleri ile değerlendirilmesinde gerekli olan analitik türevlerin saptanması oluşturmaktadır.

Model çalışmalarında, poligon şeklinde alınan iki boyutlu kütle modellerinin gravite anomalilerini ölçülen anomali olarak kabul edilmektedir. Daha sonra, herhangi bir başlangıç modelinin bazı iterasyon yöntemleri ile bilinen modele yaklaşımı incelenmektedir. Bu modellerde poligon köşelerinin  $X$  ve  $Z$  koordinatları saptanacak parametreler olarak alınmakta ve yaklaşım kriteri olarak bazı en küçük kareler teknikleri kullanılmaktadır.

Bütün en küçük kareler tekniklerinde, ölçülen değerlerle hesaplanan değerler arasındaki farkların karelerinin toplamı kriter fonksiyonu olarak alınmaktadır. Bu fonksiyonu minimuma götüren parametre değişiklikleri eski parametrelere eklenen yeni parametreler bulunmaktadır.

Bu çalışma, kriter fonksiyonunu minimuma götüren bazı lineer olmayan iterasyon yöntemleri modeller üzerinde denenmiştir. Bunlar sırasıyla:

- 1) Newton—Gauss yöntemi
- 2) Gradyen yöntemi
- 3) Marquardt yöntemi

Bu yöntemlerin özellikleri ve uygulamadaki önemi metin içinde, yeri geldikçe, örnekleri ile açıklanmaktadır.

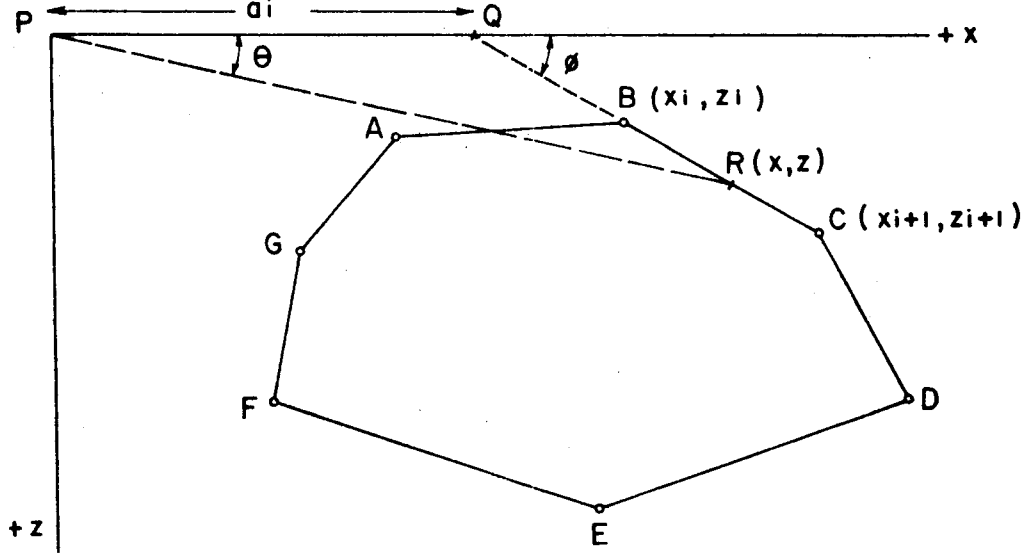
Çalışmanın son bölümünde, gerçek saha verileri üzerinde sabit ve değişken yoğunluk kontrastları ile yapılan gravite değerlendirmeleri, aynı sahada daha önce yapılan değerlendirmelerle karşılaştırılmaktadır.

## KÜTLENİN MODELLENMESİ

İki boyutlu bir kütle gravite anomalisinin bilgisayar ile hesaplanması ve kütle modelinin geliştirilmesi için TALWANI, WORZEL ve LANDISMAN (1959) tarafından önerilen yöntem uygulanabilir. Bu yöntem uyarınca kütle  $N$ -kenarlı bir poligon şekline dönüştürülür. Kenar sayısı artırılarak daha iyi bir modelleme yapmak olanaklıdır. Ancak kenar sayısının artmasıyla gravite anomalisinin hesaplanmasında bilgisayar zaman ve harcamasının da artacağı bir gerçektir.

### Gravite anomalisi

Şekil—1 de iki boyutlu kütle gravitesinin hesaplanmasında kullanılan koordinat şeması görülmektedir.



Şekil - 1: İki boyutlu kütleinin modellenmesi

Figure - 1: Modelling of a two-dimensional mass

HUBBERT (1948) orijinde, düşey gravite anomalisinin

$$V = 2 G \rho \int z d \Theta$$

yatay gravite anomalisinin ise

$$H = 2 G \rho \int x d \Theta$$

olarak elde edildiğini göstermiştir. Burada G entrensyonel gravite sabiti ve  $\rho$  da yoğunluk kontrastıdır. Yukardaki eşitlikler, gravite anomalilerinin her kenar boyunca elde edilen çizgisel entegral değerlerinin toplanmasıyla elde edilebileceğini simgelemektedir. Uygulamada gravite anomalisinin yalnız düşey bileşeni ölçülmektedir.

Düşey Gravite anomalisi

$$V = 2 G \rho \sum_{i=1}^N Z_i, \quad Z_i = \int z d \Theta$$

olarak elde edilebilir. Burada  $Z_i$  poligonunu i- kenarı boyunca elde edilen çizgisel entegrali içermektedir. Bu entegral, poligonun köşe koordinatlarının bir fonksiyonu olup aşağıda görüldüğü gibi elde edilebilir.

$$z_i = \frac{S_i}{U_i} (B_i V_i - A_i W_i)$$

Burada

$$A_i = x_i + 1 - X_i \quad T_i = x_i x_i + 1 + Z_i Z_i + 1$$

$$B_i = z_i + 1 - Z_i \quad U_i = A_i^2 + B_i^2$$

$$R_i = x_i^2 + Z_i^2 \quad V_i = 1/2 \ln(R_i + 1/R_i)$$

$$S_i = x_i z_i + 1 - x_i + 1 z_i$$

$$W_i = \tan^{-1}(S_i / T_i), -\pi < W_i < \pi$$

#### Düsey gravitenin kısmi türevleri

Yoğun kontrastı sabit alırsa,

$$\frac{\partial V}{\partial Z_i} = 2 G \rho \left[ \frac{\partial Z_i}{\partial Z_i} - \frac{\partial Z_{i-1}}{\partial Z_i} \right]$$

$$\frac{\partial V}{\partial X_i} = 2 G \rho \left[ \frac{\partial Z_i}{\partial X_i} - \frac{\partial Z_{i-1}}{\partial X_i} \right]$$

olarak elde edilir.

Yoğunluk kontrastı derinliğin bir fonksiyonu olarak kabul edilirse,

$$\frac{\partial V}{\partial Z_i} = 2 G \left( \frac{\partial \rho_i^0}{\partial Z_i} z_i + \frac{\partial z_i}{\partial Z_i} \rho_i^0 \right) - \left( \frac{\partial \rho_{i-1}^0}{\partial Z_i} z_{i-1} + \frac{\partial z_{i-1}}{\partial Z_i} \rho_{i-1}^0 \right)$$

$$\frac{\partial V}{\partial X_i} = 2 G \left( \frac{\partial z_i}{\partial X_i} - \frac{\partial z_{i-1}}{\partial X_i} \right) \rho_i^0$$

olarak elde edilir.

Yukardaki gravite türevlerinde görüldüğü gibi  $Z_i$  ve  $Z_{i-1}$  in kısmi türevlerinin öncelikle saptanması gerekmektedir. Bu çizgisel entegrallerin X ve Z – koordinatlarına göre kısmi türevlerinin sadeleştirilmiş son şekilleri aşağıdaki şatırlarda görülmektedir.

z – Koordinatlarına göre kısmi türevler:

$$\frac{\partial Z_i}{\partial Z_i} = \frac{S_i}{U_i} \left( \frac{X_i A_i - Z_i B_i}{R_i} - V_i \right) - (B_i V_i - A_i W_i) \left( \frac{X_{i+1} U_i - 2 B_i S_i}{U_i^2} \right)$$

$$\frac{\partial Z_{i-1}}{\partial Z_i} = - \frac{S_{i-1}}{U_{i-1}} \left( \frac{X_i A_{i-1} - Z_i B_{i-1}}{R_i} - V_{i-1} \right) + (B_{i-1} V_{i-1} - A_{i-1} W_{i-1}) \left( \frac{X_{i-1} U_{i-1} - 2 B_{i-1} S_{i-1}}{U_{i-1}^2} \right)$$

X – Koordinatlarına göre kısmi türevler :

$$\frac{\partial Z_i}{\partial X_i} = - \frac{S_i}{U_i} \left( \frac{X_i B_i + Z_i A_i}{R_i} - W_i \right) + (B_i V_i - A_i W_i) \left( \frac{Z_{i+1} U_i + 2 A_i S_i}{U_i^2} \right)$$

$$\frac{\partial Z_{i-1}}{\partial X_i} = \frac{S_{i-1}}{U_{i-1}} \left( \frac{X_i B_{i-1} + Z_i A_{i-1}}{R_i} - W_{i-1} \right) - (B_{i-1} V_{i-1} - A_{i-1} W_{i-1}) \left( \frac{Z_{i-1} U_{i-1} + 2 A_{i-1} S_{i-1}}{U_{i-1}^2} \right)$$

## İTERASYON YÖNTEMLERİ VE MODEL UYGULAMALARI

En küçük kareler hatası

$$S = \sum_{i=1}^M (O_i - C_i)^2$$

şeklinde tanımlanabilir. Burada, M istasyon sayısı,  $O_i$  i-istasyondaki ölçülen değer ve  $C_i$  de i-istasyonundaki hesaplanan değerdir. Bu teknikte esas olan S yi minimum yapacak parametrelerin saptanmasıdır. Lineer olmayan problemlerin çözümünde minimum S değeri bir defada elde edilemez. Bu nedenle bazı iterasyon yöntemlerine gidilmesi gerekmektedir. Poligon şeklinde modellenen iki boyutlu kütlelerin gravitesi de parametrelere göre lineer olmayan bir durum göstermektedir.

İki boyutlu gravite probleminin çözümünde kullanılan iterasyon yöntemleri, içerikleri ve modeller üzerinde uygulanmaları aşağıdaki bölümlerde sunulmaktadır.

## Newton-Gauss Yöntemi

Hesaplanan  $C_i$  değerinin lineer terimlerle Taylor serisi açılımı

$$C_i (\text{YENİ}) \cong C_i (\text{ESKİ}) + \sum_{k=1}^N \frac{\partial C_i}{\partial P_k} \bigg|_{(\text{ESKİ})} \Delta P_k \quad (1)$$

Şeklinde gösterilebilir. Buradan N parametre sayısını,  $\Delta P_k$  ise k- parametresindeki düzeltmeyi simgelemektedir. Bütün J- değerleri için

$$\frac{\partial S}{\partial (\Delta P_j)} = 0 \quad (2)$$

eşitliğini sağlayacak değerler S yi minimum yapabilecek değerlerdir. Denklem (2) yi daha açık olarak yazarsak,

$$\sum_{i=1}^M \frac{\partial C_i}{\partial P_j} (O_i - C_i) = \sum_{i=1}^M \sum_{k=1}^N \frac{\partial C_i}{\partial P_k} \frac{\partial C_i}{\partial P_j} \Delta P_k \quad (3)$$

denklemini elde edilir. Bu eşitlik matris şeklinde

$$(E) = (C) (\Delta P) \quad (4)$$

olarak yazılabilir. Bu matris denkleminin çözümü ile her parametre için gerekli parametre düzeltmesi bulunabilir. Parametrelerdeki düzeltmeyi simgeleyen bu  $\Delta P$  değerleri eski parametre değerlerine eklenerek yeni parametreler saptanabilir. Daha sonraki iterasyonlarda da aynı yöntem uygulanarak S yi mutlak minimuma götüreceği parametrelerin çözümü sağlanabilir.

Newton–Gauss iterasyon yönteminin uygulanmasında dikkate alınması gereken bazı konular vardır :

1) Taylor serisi açılımı lineer terimler dışındaki daha yüksek dereceli terimleri dikkate almadığından saptanan  $\Delta P$  değerlerine biraz hata payı vermelidir.

2) Her iterasyonda  $\Delta P$  değerleri olanaklar ölçüsünde kısa adımlarla uygulanmalıdır. Aksi halde Lineer olmayan problem S nin artmasına neden olabilir.

3) Başlangıç modelinin bilinen modele çok yakın alınması durumunda S yüzeyi düzgün bir elipsoid yüzeyi olacağından birkaç iterasyondan sonra mutlak minimuma ulaşılabilir.

Bu yöntem CORBATO (1965) tarafından bir buzul tabanının saptanmasında uygulanmıştır. Burada parametre olarak sadece poligonun Z–koordinatları kullanılmıştır. Bu çalışmadaki uygulamalarda her poligon köşesinin X ve Z– koordinatları parametre olarak kabul edilmektedir. Bu nedenle problemin çözümü daha karmaşık bir durum göstermektedir. Nitekim model çalışmalarında, Newton–Gauss yöntemi ile parametrelerin saptanmasında, modelin iyi seçilmesi son derece önemli olmuştur. Bazı modellerde birkaç iterasyondan sonra S nin azalmadığı aksine arttığı gözlenmiştir. Bu nedenle, herhangi bir modelden başlanarak S yi mutlaka minimuma götürecektir iterasyon yöntemlerine gerek duyulmuştur.

#### Gradyen Yöntemi

Bir fonksiyonun değerinin en hızlı artma yönününün gradyen yönü olduğu bilinmektedir. En küçük kareler hata fonksiyonunun en hızlı azalma yönünü, gradyenin bu özelliğinden faydalanarak bulabiliriz. Gradyen değerlerinin ters işaretli olanı transpoze matris şeklinde yazılarak

$$\delta g = - \left( \frac{\partial S}{\partial P_1} \quad \frac{\partial S}{\partial P_2} \quad \dots \quad \frac{\partial S}{\partial P_N} \right)^T \quad (5)$$

bulunur. Burada  $\delta g$  Gradyen yöntemi ile elde edilen parametre düzeltmesidir. Matris terimleri

$$\frac{\partial S}{\partial P_j} = -2 \sum_{i=1}^M (O_i - C_i) \frac{\partial C_i}{\partial P_j}, \quad j = 1, 2, 3, \dots, N \quad (6)$$

eşitliği ile elde edilebilir.

Gradyen yöntemlerinde minimuma yaklaşma hızını artırmak için parametre düzeltmelerinin normalize edilmesi ve adım (step size) diye nitelendirilen bir katsayı ile çarpılması gerekmektedir.

Elde edilen parametre düzeltmeleri eski parametrelere eklenerek yeni parametreler bulunur. Yeni  $S$  değerinin eski  $S$  değerinden büyük olması durumunda adım katsayı küçültülerek daha küçük  $S$  değeri aranır. Mutlak minimuma yaklaşıldığında minimum dışına çıkmamak için adım katsayısını çok küçük almak gerekir. Bu nedenle son iterasyonlarda minimuma yaklaşma hızı büyük ölçüde düşebilir.

Bu iterasyon yönteminin uygulanmasında karşılaşılan sorunlar model çalışmaları ile açıklığa kavuşmaktadır.

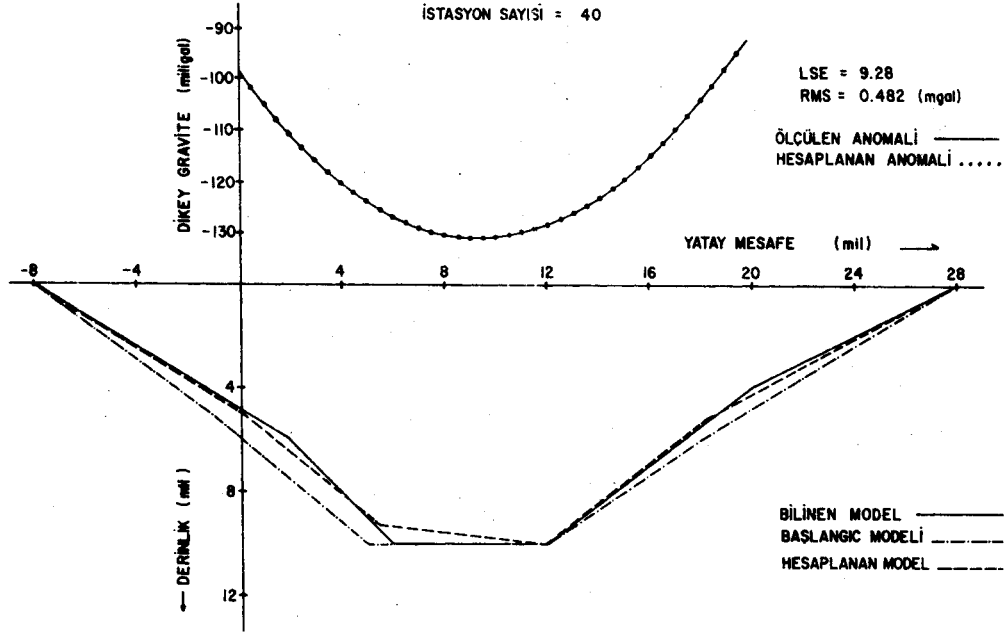
Şekil – 2 de, en derin yeri 16 km. olan iki boyutlu bir basen modeli ve Gradyen yöntemi ile hesaplanan model görülmektedir. Ölçülen gravite ile hesaplanan gravite karşılaştırıldığında her ikisinin çok mükemmel bir şekilde çakıştığı izlenmektedir. Ancak modellerdeki çakışma o derece iyi değildir. Neden olarak aynı gravite anomalisini birden fazla kütle dağılımının verebilmesi gösterilebilir. Alternatif çözümleri bire indirmek için kuyu bilgilerinin, yüzey jeolojisinin ve diğer jeofizik metodların iyi bir şekilde entegrasyonu gerekmektedir. Bu amaçla başlangıç modelinin üç köşesi sabit tutulduğu halde modellerde tam çakışma yine sağlanmamıştır. Burada ikinci bir etken olarak, modelin gerçek bir sediment havzasını yansıtamıyacak kadar derin seçilmesi de dikkate alınmalıdır. Böylesine derin bir modelin kabul edilebilir sonuçlar vermesi cesaret vericidir. Şekilde görülen LSE en küçük kareler hatasını (least - squares error), RMS ise her istasyondaki ortalama hatayı (root-mean square) simgelemektedir.

Şekil – 3 de, kabul edilebilir bir basen modeli görülmektedir. Başlangıç modeli olarak düz tabaka (flat-plate) formülü ile elde edilen bir model seçilmiştir. Bu model ölçülen gravite anomalisine uymaktadır. Hesaplanan modelin ve anomalinin bilinen modele ve ölçülen anomaliye ne ölçüde çakıştığı görülmektedir. İterasyon sayısını arttırarak daha iyi bir çakışma elde etmek olanaklıdır. Ancak  $S$  nin minimuma yaklaşma hızı, son iterasyonlarda, tahmin edildiği gibi yavaş olmaktadır. Bu nedenle iterasyon belirli bir kriter alınarak kesilmiştir. Ölçülen gravite ile hesaplanan gravite arasındaki çakışma dikkate alınarak bazı köşelerin koordinatları elle değiştirilirse iterasyona yeniden hız kazandırmak olasıdır.

Şekil – 4 de, herhangi bir modelden başlayarak, Gradyen yöntemi ile kabul edilebilir bir modelin hesaplanabildiği görülmektedir. Seçilen başlangıç modelinin ölçülen gravite anomalisine hiç uygun olmamasına karşın, sonucun başarılı olduğu bir gerçektir. Daha iyi bir çakışma sağlamak için bilgisayar programına elle müdahale etmek her zaman olasıdır. Bu model çalışmasında anlatılmak istenen elde edildiğinden böyle bir işleme gerek duyulmamıştır. Ancak model çalışmalarının genel olarak analizi dikkate alındığında, iterasyonu hızlandırmak için bazı poligon köşelerinin elle değiştirilmesinin ve köşe sayısının arttırılmasının daha iyi çalışmalar sağladığı görülmüştür.

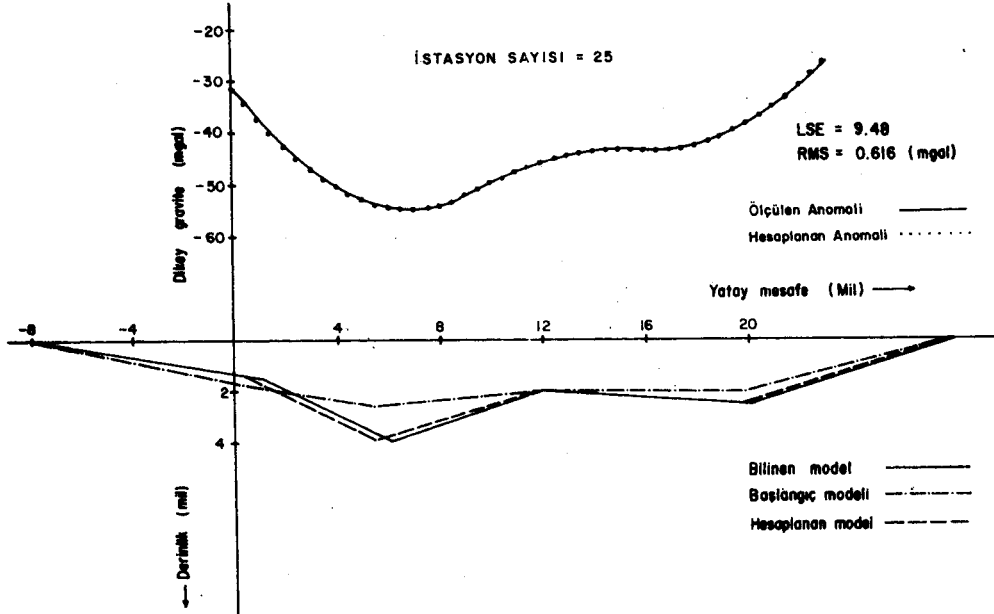
#### Marquardt yöntemi

Newton–Gauss yönteminin iyi bir modelden başladığı zaman  $S$  nin mutlak minimumuna doğru hızlı bir şekilde yaklaşması, Gradyen yönteminin ise herhangi bir modelden başlayarak, ilk iterasyonlarda aynı şekilde işlev görmesi, daha kullanışlı bir yöntem çağırılmaktadır. Böyle bir yöntemin uygulama stratejisi MARQUARDT (1963) tarafından çok açık bir şekilde dile getirilmiştir. Newton–Gauss yönteminin analizinde elde edilen denklem (3) ün matris şeklindeki tanımına diyagonal bir matrisin eklenmesi ile elde edilen



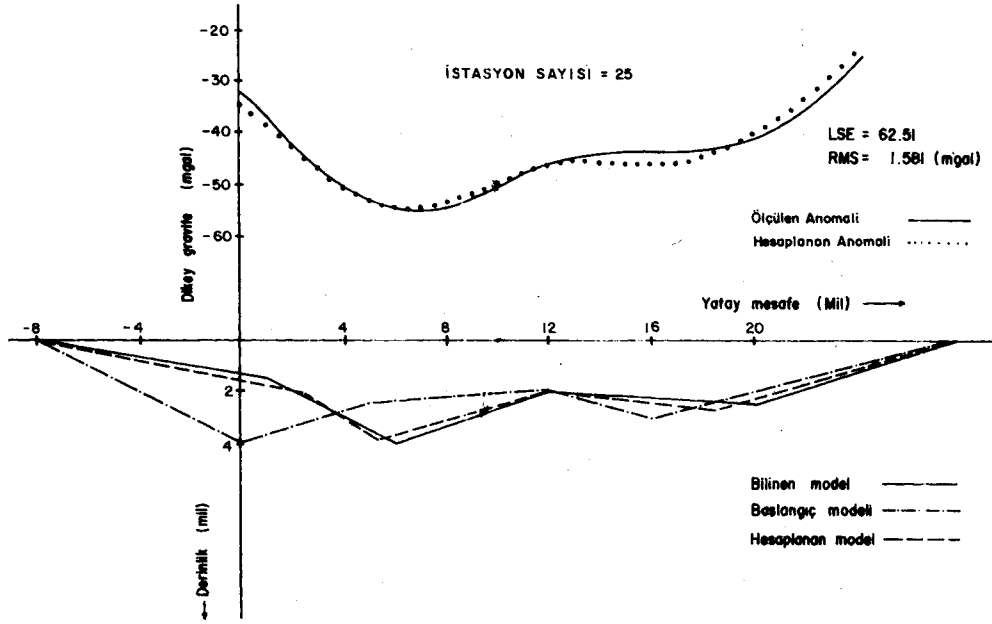
Şekil – 2: Herhangi bir modelin Gradyen yöntemi ile bilinen bir modele uydurulması (Üç köşe sabit)

Figure – 2: Gradient least-squares curve fitting (three vertices fixed)



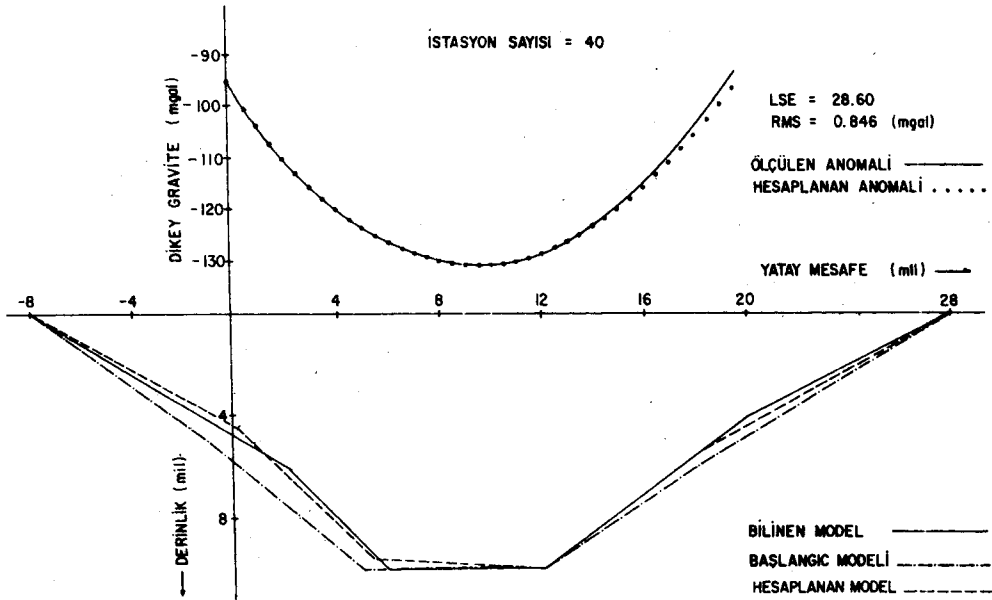
Şekil 3: Düz tabaka modelinin Gradyen yöntemi ile bilinen bir modele uydurulması (Üç köşe sabit)

Figure – 3: Gradient curve fitting starting with a flat-plate guess (three vertices fixed)



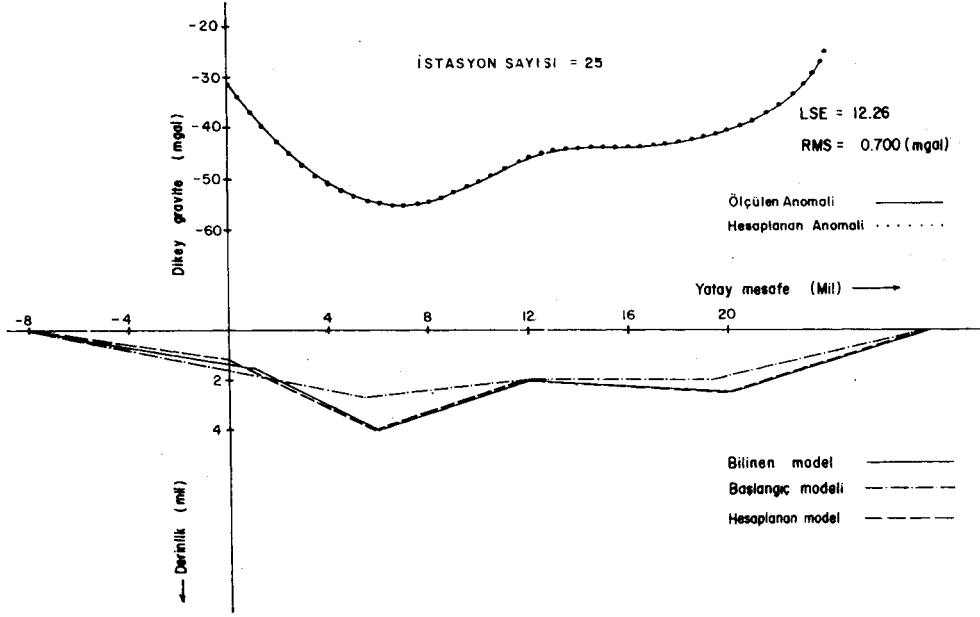
Şekil – 4: Herhangi bir modelin Gradyen yöntemi ile bilinen bir modele uydurulması (Üç köşe sabit)

Figure – 4: Gradient curve fitting starting with any model (three vertices fixed)



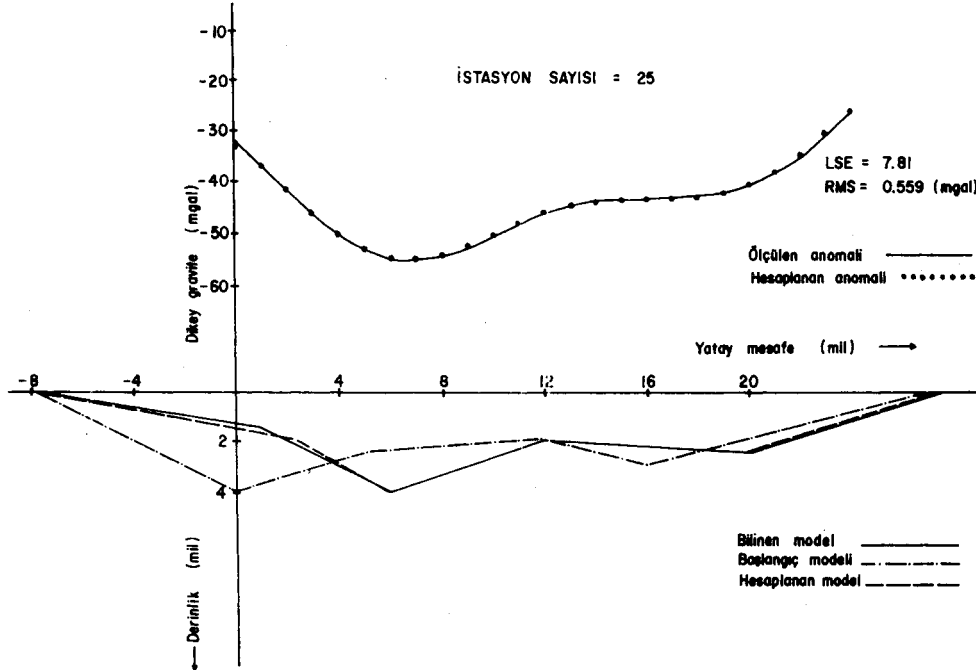
Şekil – 5: Herhangi bir modelin Marquardt yöntemi ile bilinen bir modele uydurulması (Üç köşe sabit)

Figure – 5: Least-squares curve fitting with Marquardt's method (three vertices fixed)



Şekil – 6: Düz tabaka modelinin Marquardt yöntemi ile bilinen bir modele uydurulması (Üç köşe sabit)

Figure – 6: Marquardt curve fitting starting with a flat-plate guess (three vertices fixed)



Şekil – 7: Herhangi bir modelin Marquardt yöntemi ile bilinen bir modele uydurulması (Üç köşe sabit)

Figure – 7: Marquardt curve fitting starting with any model (three vertices fixed)

$$(C + \lambda I) \delta_0 = E \quad (7)$$

matris eşitliği marquardt yönteminin temelini oluşturmaktadır. Burada  $\lambda$  diyagonal matrisin katsayısıdır.  $\lambda = 0$  durumunda Marquardt yöntemi Newton–Gauss yöntemine dönüşmektedir.  $\lambda$  katsayısı sonsuza gittiğinde parametre düzeltme vektörü  $\delta_0$  in yönü denklem (5) ve (6) da Gradyen yöntemi ile elde edilen  $\delta_g$  vektör yönüne yaklaşmaktadır.

Bunun matematiksel tanımı

$$\text{Eğer } \lambda \rightarrow \infty, \delta_0 \rightarrow \delta_g / \lambda \quad (8)$$

şeklinde yapılabilir.  $\lambda$  katsayısını değiştirmekle Newton–Gauss yönteminden Gradyen yöntemine geçilebilir ve istenirse iki yöntem arasında bir interpolasyon yapılabilir. Bu özellikten faydalanarak herhangi bir modelden başlanarak ilk iterasyonlarda Gradyen yöntemi yaklaşımı ve son iterasyonlarda da Newton–Gauss yöntemi yaklaşımı sağlandığında çok az sayıda iterasyonla sonuca gitmek olasıdır. Marquardt stratejisinin özü burada yatmaktadır.

Şekil – 5 de görülen model Şekil –2 de kullanılan modele eşdeğerdir. Aynı modele Marquardt yönteminin uygulanması Gradyen yöntemi ile bu yöntemin karşılaştırılmasına olanak tanımaktadır. Şekilde görüldüğü gibi hesaplanan modelin bilinen modele daha iyi çakiştiği çok açıktır. İterasyon sayısı ve köşe sayısı arttırılarak daha iyi sonuçlar alınabilir.

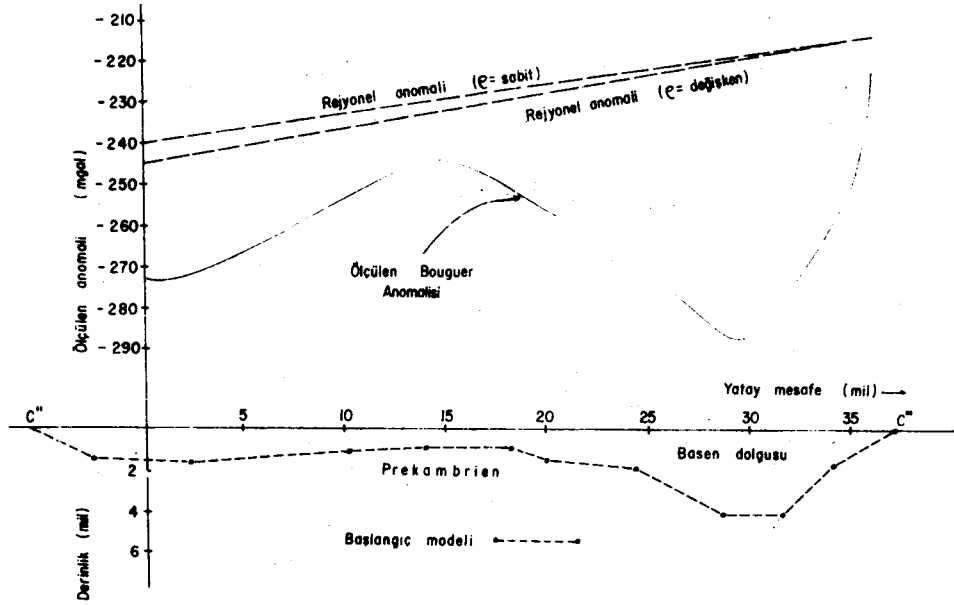
Şekil – 6 da görülen model, Gradyen yönteminin uygulanışı sırasında kullanılan Şekil – 3 deki modele eşdeğerdir. Bu model uygulamasında da Marquardt yöntemi ile elde edilen çakişmanın daha iyi olduğu görülmektedir. Çakişmanın iyi olmadığı yerler diğer modellerde olduğu gibi gravite profilinin dışında kalmaktadır. LSE ve RMS hatalarını en çok etkileyen bu uçlardaki hatalardır.

Şekil – 7 deki model de daha önce kullanılan Şekil – 4 deki modelin aynıdır. Bu modelde elde edilen çakişma Marquardt yöntemi ile de herhangi bir modelden başlayarak çözüme gidilebileceğini göstermektedir.

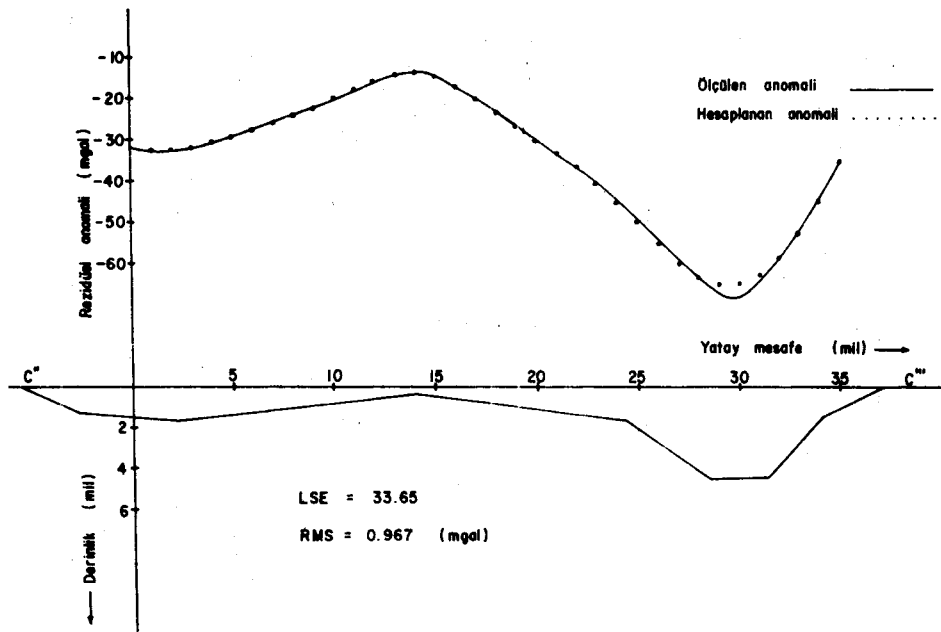
Bu model çalışmalarında Marquardt yönteminin Gradyen yöntemine üstünlüğü-azda olsa-açık bir şekilde görülmektedir.

## SAHA VERİLERİNİN DEĞERLENDİRİLMESİ

Model uygulamalarından elde edilen sonuçların daha önce çalışılmış saha verilerine de uygulanmasında yarar görülmüştür. Bu amaçla GACA (1965) nın tez çalışmasında kullandığı ve Colorado eyaletinin San Luis Vadisinden alınan saha verilerinin Gradyen yöntemi ile değerlendirilmesi yapılmıştır. Özellikle Gradyen yönteminin seçilmesi, bu yöntemin birkaç iterasyondan sonra kabul edilebilir bir çözüm vermesi ve daha önce gravitede hiçbir uygulama alanı bulmamış olmasındandır.



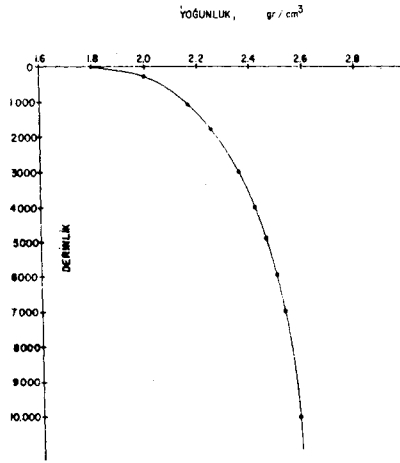
Şekil – 8: Gerçek gravite anomalisi ve başlangıç modeli (Gaca'nın tezinden alınmıştır)  
 Figure – 8: Real gravity data and initial guess (taken from Gaca's thesis)



Şekil – 9: Sabit yoğunluk kontrastı ile anomalî değerlendirilmesi  
 Figure – 9: Interpretation with constant density contrast

Şekil – 8 de San Luis Vadisinde doğu-batı doğrultusunda alınan bir Bouguer gravite profili ve başlangıç modeli görülmektedir. Daha önceki çalışmalardan bu vadide 6 – 7 kalınlığında bir sediman dolgusu olduğu ve bölgenin basamak faylarca zengin olduğu bilinmektedir. Uygulamanın amacı, basen dolgusu ile Prekambriyen temel arasındaki topoğrafyanın saptanmasıdır. Sahadan toplanan kayalardan sedimanların ortalama yoğunluğu 2.37 gm/cc, Prekambriyen temelin ise 2.70 gm/cc olarak saptanmıştır. Bu nedenle sabit yoğunluk kontrastı kullanılarak yapılan değerlendirmede yoğunluk kontrastı 0,33 gm/cc olarak alınmıştır. Bölgenin doğusunda temel kayalar yüzeyde olduğundan modelin bu köşesini sabit tutmakta yarar görülmüştür. Bu uygulamada alınan rejyonel gravite lineer olarak değişmekte ve basen dolgusunun temel kaya ile doldurulması esasına dayanmaktadır.

Şekil – 9 da San Luis vadisinden alınan gravite profilinin sabit yoğunluk kontrastı ile değerlendirilmesi görülmektedir. Basenin en derin olduğu yerde, ölçülen gravite ile hesaplanan gravite arasındaki çakışma köşe ve iterasyon sayısını arttırarak daha iyi bir duruma getirilebilir. Ancak böyle derin basenlerde sıkışmanın (compaction) etkisi ve önemi unutulmamalıdır.

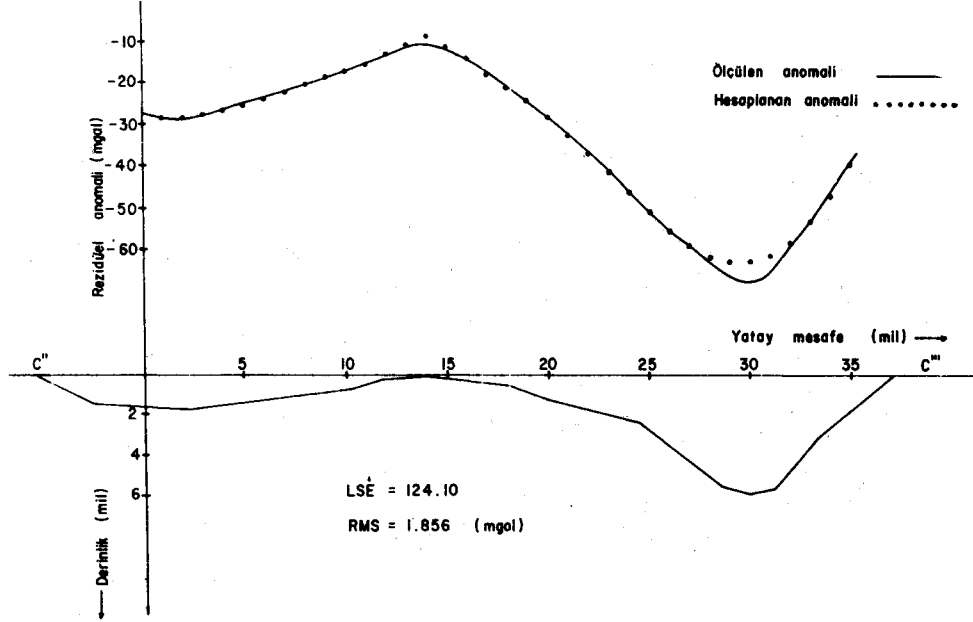


Şekil – 10 : Şeyllerde yoğunluğun derinlikle değişimi (HEDBERG, 1936)

Figure – 10: Density as a function of depth of burial in shales (HEDBERG, 1936)

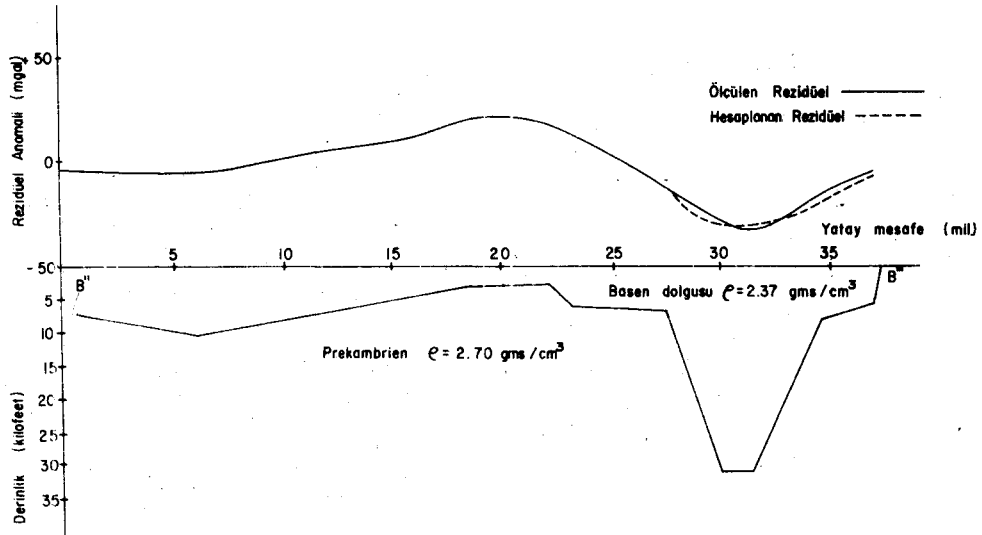
Şekil – 10 da şeyllerde derinliğe göre yoğunluğunun değişmesi görülmektedir. Sedimanların % 80 oranında şeyllerden oluştuğunu düşünürsek bu yoğunluk fonksiyonunun çok önemli olduğu sonucuna varabiliriz. Çalışma yapılan bir bölgede, böyle bir yoğunluk-derinlik fonksiyonunun kuyu bilgileri yardımıyla saptanması, değerlendiriminin sağlığı açısından gereklidir. Değişken yoğunluk kontrastı ile San Luis Vadisinden alınan gravite profilinin değerlendirilmesi Şekil – 11 de görülmektedir. Bu değerlendirmede dikkati çeken bir nokta, basenin sabit yoğunluk kontrastı ile elde edilenden daha derin olabileceği yönündedir. Ancak her iki değerlendirme de birbirine yakın sonuçlar vermiştir.

Şekil-12 de bu çalışmanın yapıldığı gravite profilinin çok yakınında ve aynı doğrultudan alınan bir başka profil üzerinde, tez çalışmaları sırasında GACA'nın yaptığı bir değerlendirme görülmektedir. Ancak bu değerlendirmede derinlik kilofeet cinsinden alınmıştır. Kullanılan yöntem, uzun uğraşlardan sonra sinama-yanılma yoluyla ölçülen gravite ile hesaplanan gravitenin çakıştırılması şeklinde özetlenebilir. Birimler üzerinde gerekli dönüşümler yapıldığında değerlendirmeler arasında büyük benzerlikler olduğu sonucu çıkarılabilir.



Şekil – 11: Değişken yoğunluk kontrastı ile anomali değerlendirmesi

Figure – 11: Interpretation with variable density contrast



Şekil – 12: C'' – C''' kesitine paralel B'' – B''' kesitinin başka yöntemlerle değerlendirilmesi (Gaca'nın tez çalışması)

Figure – 12: Interpretive profile B'' – B''' (from Gaca's thesis)

**YARARLANILAN KAYNAKLAR**

**CORBATO, C.E., 1965, A least-squares procedure for gravity interpretation: Geophysics, V. 30, N.2, P. 228 – 233**

**EROL, Vasfi, 1974, Least-squares estimation of parameters for the interpretation of gravity anomalies caused by two-dimensional structures : Colorado School of Mines T-1650**

**GACA, J.R., 1965, Gravity Studies in the San Luis Valley area, Colorado: Colorado School of Mines T-1021**

**HEDBERG, H.D., 1936, Gravitational compaction of clays and shales : Amer. Jour. of Science, v. 231, n. 184, p. 241 – 287**

**MARQUARDT, D.W., 1963, An algorithm for least-squares estimation of nonlinear parameters: J. Soc. Indust. Appl. Math., V.11, n.2 p. 431 – 441**

**TALWANI, Manik, WORZEL, J. L., and LANDISMAN, Mark, 1959, Rapid gravity computations for two-dimensional bodies with application to the Mendocina Submarine Fracture Zone : J. Geophysies Research, V. 64, n.1, p. 49 – 59**