

## POTANSİYEL VERİLERİNİN DALGASAYISI ORTAMI İŞLEMLERİ

MUSTAFA ERGÜN<sup>(\*)</sup> VE COŞKUN SARI<sup>(\*)</sup>

Öz

Tek bir yapının manyetik anomalisi bilinen modelleme veya ters çözüm işlemleriyle çözümlenebilir. Eğer bölgenin jeolojisi ve kayaçların manyetik özellikleri bilinmiyorsa bu yöntemler geçersiz kalır. Dalgasayısı ortamında, manyetik anomaliiyi oluşturan yapıların derinlikleri ve kalınlıklarının ortalamasını kolayca saptayabiliriz. Eğer birkaç profil aynı yapıyı kesiyorsa spektrumlarının ortalaması alınarak güvenilir derinlikler elde edilebilir. Bu işlemi yapacak bilgisayar programı aşağıdaki işlemleri yapacak şekilde yazılmıştır:

- a) Yukarı ve aşağı uzanım eğrisi,
- b) n. derece türev eğrisi,
- c) Üç ayrı süzgeç katsayıları kullanılarak enerji spektrumu,
- d) Enerji spektrumunun doğrusal olan bölümüne en küçük kareler yardımıyla doğru çakıştırılması.

Ankara-Polatlı bölgesi havadan manyetik ve gravite anomalileri bu yöntemle irdelenmiştir.

### Abstract

The gravity or magnetic anomaly of a single body can be evaluated with the known modelling and inverse solution techniques. If the geology and magnetic properties of the region are not known, these methods are no use at all. In the frequency domain, the mean depths and thicknesses of the bodies which are the cause of magnetic anomalies, can be calculated easily. In case of the existence of more than one profile cutting the same body, by taking the mean spectra, a reliable depth can be obtained. To carry out the above

(\*) Dokuz Eylül Üniversitesi, Müh. Mim. Fak., Jeoloji Müh. Böl., Bornova, İzmir.

mentioned procedures, a computer program was written for the purposes of:

- a) Upward and downward continuation,
- b)  $n$ .th degree derivative,
- c) Obtaining three different filter coefficients for smoothing energy spectrum,
- d) Application of the least squares technique to the linear part of the energy spectrum.

The aeromagnetic and gravity anomalies measured in the region of Ankara-Polatlı were interpreted using these methods.

## Giriş

Gravite ve manyetik potansiyel ölçümleri kara, hava ve denizden değişik ölçüm teknikleri kullanılarak yapılır. Gravite etüdüleri çoğunlukla karadan topoğrafyaya koşturularak yapılır. Gelişen teknoloji ile birlikte hava ve deniz etüdüleri de yapılmaya başlanmıştır. Manyetik etüdülerin çoğunluğu havadan yapılmaktadır. Maden aramaları için hat aralıkları 0.5 ile 1.0 km., uçuş yüksekliği topoğrafyaya paralel 150 metreden yapılır. Petrol etüdülerinin hat aralıkları 1 veya 2 km., uçuş yüksekliği topoğrafyaya paralel 700 ile 1000 metre arasında yapılır. Bölgesel amaçlı etüdülerin hat aralıkları ise daha geniş ve uçuşlar barometrik seviyedendir.

Gravite ve manyetik alan verileri çoğunlukla engebeli bir yüzey üzerinde ölçülmüşlerdir. Sayısal çözümleme için kullanılan yöntemlerin çoğunluğu ise yatay bir düzlem için geçerlidir.

Potansiyel verilerin çözümü, ölçülen potansiyelden kaynağın bulunması demektir. Bu durum ters (inverse) problemin temelini oluşturur ve ölçülen değere uyan bir kaynağın modellenmesi işlemidir. Öte yandan, potansiyel verilerin özellikleri nedeniyle sonuç hiçbir zaman tek değildir. Engebeli yüzeyde ölçülen verilerin yorumu kuşkusuz yatay düzlem verilerinden çok daha karmaşık olacaktır. Dolayısıyla gravite ve manyetikte ölçülen değerleri bir düzleme indirgedikten sonra yorumlama işlemlerine geçmek önemli yararlar sağlayacaktır.

Konunun önemi nedeniyle bu sorun birçok çalışmacının ilgisini çekmiştir (Bakınız örneğin: Dampney, 1972; Emilia, 1973; Henderson ve Cordell, 1971; Syberg, 1972; Bhattacharyya ve Chan, 1977 a ve b). Tüm bu çalışmacılar problemi çeşitli yaklaşımlarla irdelemişlerdir.

Problemin temeli potansiyel alanların genel yüzeyler arasında uzanımdır. Bu sorunu çözmek için üzerinde gravite etkisi veya toplam manyetik alanın gözleendiği isteğince yüzeyi gözönüne alırız. Toplam manyetik alan için yüzeye her yerde dik olan ve moment değerleri bilinmeyen manyetik dipollerin dağılımı, gravite etkisi için ise bilinmeyen yüzey yoğunluk dağılımı varsayılır.

Düzlem noktalarında toplam manyetik alan ve gravite etkileri ile sırasıyla yüzey manyetizasyon ve yoğunluk dağılımları arasında ikinci tür Fredholm integral denklemi bağıntıları vardır. Gözlem yüzeyi üzerindeki manyetizasyon veya yoğunluk dağılımı saptandıktan sonra istenilen yüzeyde alanın değerini elde etmek basit bir integral işleminden ileri gitmez. Zira düz problem çözümünde integral denklemi bir integrale dönüşmektedir.

#### Manyetik Skaler Potansiyel, Toplam Alan ve Manyetizasyonun Boyutsal Gradyanları

Manyetik dipoller, manyetik alanları yoluyla birbirlerini etkilerler. Bu kuvvet alanı (manyetik alan şiddeti) skaler potansiyel fonksiyonundan çıkarılabilir.

$$T(x,y,z) = -\nabla A(x,y,z). \quad (1)$$

Dik koordinat sistemini x: kuzey, y: doğu ve z: aşağı doğru pozitif olarak ele alalım. Miknatıslanma şiddeti M olan manyetik cisim V hacmini kapsasın. P(x,y,z) noktasındaki skaler manyetik potansiyel

$$A(x,y,z) = \iiint M(\alpha,\beta,\gamma) \cdot \nabla_0 \frac{d\alpha d\beta d\gamma}{((x-\alpha)^2 + (y-\beta)^2 + (z-\gamma)^2)^{1/2}} \quad (2)$$

bağıntısıyla gösterilebilir; burada  $M(\alpha, \beta, \gamma)$ , kütlelerin  $Q$  noktasındaki mıknatıslanma şiddetidir. Mıknatıslanma şiddeti tüm kütle için sabit ve aynı yönde ( $\tau$ ) ise

$$M \cdot \nabla_o = M \frac{\partial}{\partial \tau} \quad (3)$$

yazılabilir.

Manyetik momentlerin tüm yüzeydeki dağılımı yüzeye dik ve birim alandaki dipol momenti  $J$  ise,  $P(x, y, z)$  noktasındaki potansiyel

$$A(x, y, z) = \iint_S J \frac{\partial}{\partial n} \left[ \frac{1}{((x-\alpha)^2 + (y-\beta)^2 + (z-\gamma)^2)^{1/2}} \right] da d\beta \quad (4)$$

bağıntısıyla gösterilir (Kellogg, 1953 ve MacMillan, 1958). Burada

$$\frac{\partial}{\partial n} = n_\alpha \frac{\partial}{\partial \alpha} + n_\beta \frac{\partial}{\partial \beta} + n_\gamma \frac{\partial}{\partial \gamma}$$

$n_\alpha$ ,  $n_\beta$  ve  $n_\gamma$  yüzeye dik vektörün doğrultman kosinüsleridir. Eğer  $S$  yüzeyine dış taraftan yaklaşırsak, yüzeydeki limit potansiyeli

$$A_s(\alpha', \beta', \gamma') = -2\pi J(\alpha', \beta', \gamma') + \iint_S J \frac{\partial}{\partial n} \left[ \frac{1}{((\alpha'-\alpha) + (\beta'-\beta) + (\gamma'-\gamma)^2)^{1/2}} \right] da d\beta \quad (5)$$

bağıntısıyla verilir. Burada  $(\alpha', \beta', \gamma')$ ,  $S$  yüzeyi üzerinde bir noktanın koordinatları olup bu noktadaki limit potansiyel hesaplanmaktadır.  $S'$  ise  $(\alpha', \beta', \gamma')$  noktası olmayan  $S$  yüzeyi;  $(\alpha, \beta, \gamma)$  ise  $S$  üzerinde bir noktadır.  $P(x, y, z)$  noktasındaki herhangi bir  $u$  yönündeki ( $T$ ) toplam alanı

$$T(x, y, z) = -(u \cdot \nabla) A(x, y, z)$$

$$T(x, y, z) = - \iint_S J((u \cdot \nabla)) \frac{\partial}{\partial n} \left[ \frac{1}{((x-\alpha) + (y-\beta) + (z-\gamma)^2)^{1/2}} \right] da d\beta \quad (6)$$

bağıntısıyla gösterilebilir; burada

$$\nabla_0 = i \frac{\partial}{\partial x} + j \frac{\partial}{\partial y} + k \frac{\partial}{\partial z} \quad \text{ve } i, j, k \text{ 'lar } x, y, z \text{ yönündeki birim}$$

vektörlerdir. Potansiyel  $A(x, y, z)$ ,  $(x, y, z)$ 'nin fonksiyonu olduğundan  $(\alpha, \beta, \gamma)$  yönlerinde kısmi türevleri sıfırdır. Buna göre

$$(\mathbf{u} \cdot \nabla_0) A(x, y, z) = 0 \quad (7)$$

yazılabilir; burada

$$\nabla_0 = i \frac{\partial}{\partial \alpha} + j \frac{\partial}{\partial \beta} + k \frac{\partial}{\partial \gamma}$$

Gauss diverjans teoremini kullanarak, lokal bölge için manyetik anomaliyi manyetik diverjanstan kolayca elde edebiliriz (Bhattacharyya ve Chan, 1977a). Nitekim

$$M(\alpha, \beta, \gamma) = (\mathbf{u} \cdot \nabla_0) J$$

tanımını yaparak (6) bağıntısını

$$T(x, y, z) = - \iint_S M(\alpha, \beta, \gamma) \frac{\partial}{\partial n} \left[ \frac{1}{((x-\alpha)^2 + (y-\beta)^2 + (z-\gamma)^2)^{3/2}} \right] d\alpha d\beta \quad (8)$$

biçiminde yazabiliriz, burada

$$\frac{\partial}{\partial n} \left[ \frac{1}{((x-\alpha)^2 + (y-\beta)^2 + (z-\gamma)^2)^{3/2}} \right] = \frac{-f_\alpha (x-\alpha) - f_\beta (y-\beta) + (z-\gamma)}{[(x-\alpha)^2 + (y-\beta)^2 + (z-\gamma)^2]^{3/2}}$$

$M(\alpha, \beta, \gamma)$  manyetizasyon dağılımının toplam alan yönü u doğrultusundaki uzaysal gradyanıdır. S yüzeyindeki  $(\alpha', \beta', \gamma')$  noktasına  $P(x, y, z)$  limit durumunda yaklaştığında (5) bağıntısında olduğu gibi,

$$T_S(\alpha', \beta', \gamma') = 2 M(\alpha', \beta', \gamma') - \iint_{S'} M(\alpha, \beta, \gamma) \frac{\partial}{\partial n} \left[ \frac{1}{((\alpha'-\alpha)^2 + (\beta'-\beta)^2 + (\gamma'-\gamma)^2)^{3/2}} \right] d\alpha d\beta \quad (9)$$

yazılabilir. Denklem (9) ikinci tür Fredholm integral denklemidir.

Gözlenen toplam manyetik alan  $T_g(\alpha, \beta, \gamma)$  değeri ile eşdeğer yüzey manyetizasyon dağılımı  $j$  arasındaki ilişkiyi kurmaktadır. İsteyince (keyfi) yüzeyin özellikleri (Ek.A)'da ve Fredholm integral denkleminin yineleme yoluyla çözümü (Ek.B)'de verilmiştir. Miknatıslanmanın uzaysal gradyanı elde edildikten sonra, bulunan değerlerin Denklem (8)'de yerine konulmasıyla istenilen yüzeydeki anomali değeri saptanabilir.

Gözlem yapılan S yüzeyi yataysa ( $f_\alpha = f_\beta = 0$ ), çözüm basit bir yukarı uzanım için Dirichlet integralinden başka birşey değildir ve

$$T(x, y, z) = \frac{1}{2\pi} \iint_S T_g(\alpha, \beta, \gamma) \frac{|z-\gamma|}{((x-\alpha)^2 + (y-\beta)^2 + (z-\gamma)^2)^{3/2}} d\alpha d\beta \quad (10)$$

bağıntısıyla gösterilebilir (Grant ve West, 1965).

Elimizde yalnız bir profil boyunca ölçülmüş veri varsa ve ölçülen toplam manyetik alan bu profile göre iki boyutluysa  $f_\beta = 0$  olur. Buna göre yukarı uzanım bağıntısı

$$T(x, z) = -2 \int_L M(\alpha, \beta) \frac{-f_\alpha(x-\alpha) + (z-\gamma)}{(x-\alpha)^2 + (z-\gamma)^2} d\alpha \quad (11)$$

biçimini alır. Miknatıslanmanın uzaysal gradyanı ise

$$T_g(\alpha', \gamma') = 2\pi M(\alpha', \gamma') - 2 \int_L M(\alpha, \gamma) \frac{-f_\alpha(\alpha'-\alpha) + (\gamma'-\gamma)}{(\alpha'-\alpha)^2 + (\gamma'-\gamma)^2} d\alpha \quad (12)$$

bağıntısıyla ifade edilebilir. Denklem (12)'de elde edilen  $M(\alpha, \beta)$ , Denklem (11)'de yerine konularak çözüme ulaşılır.

#### Skaler Gravite Potansiyeli ve Yüzeyin Gravite Alanı

Bilindiği gibi, Newton yasasına göre uzayda kütleleri olan tüm cisimler birbirlerini çekerler. Bu kuvveti skaler çekim potansiyeli  $U(x, y, z)$ 'den elde edebiliriz. Herhangi bir  $P(x, y, z)$  noktasın-

daki skaler çekim potansiyeli

$$U(x,y,z) = -G \iiint \frac{\rho(\alpha,\beta,\gamma) d\alpha d\beta d\gamma}{[(x-\alpha)^2 + (y-\beta)^2 + (z-\gamma)^2]^{3/2}} \quad (13)$$

bağıntısıyla verilir. Burada  $G$  evrensel çekim katsayısı ve  $\rho(\alpha,\beta,\gamma)$  ise  $Q(\alpha,\beta,\gamma)$  noktasındaki kütle yoğunluğudur. Jeofizikte bizi gravitenin yalnızca düşey bileşeni

$$\Delta g_z(x,y,z) = -\frac{\partial}{\partial z} U(x,y,z) \quad (14)$$

ilgilendirmektedir. (13) ve (14) bağıntılarından  $\Delta g_z(x,y,z)$ 'nin değeri;  $\rho(\alpha,\beta,\gamma)$  yüzey yoğunluğu olarak alırsak

$$\Delta g_z(x,y,z) = -G \iint_S \frac{\rho(\alpha,\beta,\gamma) \cdot (z-\gamma) d\alpha d\beta}{[(x-\alpha)^2 + (y-\beta)^2 + (z-\gamma)^2]^{3/2}} \quad (15)$$

olarak yazılabilir.

Manyetik alanda olduğu gibi,  $P(x,y,z)$ 'nin  $(\alpha', \beta', \gamma')$  noktasına limit durumunda yaklaştığında,  $\Delta g_z(x,y,z)$ 'nin limit durumunun hesaplanması gerekir. Yüzeyin istediği bir yüzey olması nedeniyle  $z$  eksenini  $(\alpha', \beta', \gamma')$  noktasında  $n$  normali ile üst üste çakışmaz ve

$$\Delta g_z(\alpha', \beta', \gamma') = 2\pi G n \rho(\alpha', \beta', \gamma') - G \iint_S \frac{\rho(\alpha, \beta, \gamma)}{n} \frac{(\gamma' - \gamma)}{((\alpha' - \alpha)^2 + (\beta' - \beta)^2 + (\gamma' - \gamma)^2)^{3/2}} d\alpha d\beta \quad (16)$$

yazılabilir. Burada  $n$ ,  $(\alpha', \beta', \gamma')$  noktasındaki normalin  $z$  yönündeki doğrultman kosinüsüdür. Denklem (16) ikinci tür Fredholm integral denklemidir.  $G(\alpha, \beta, \gamma) = G\rho(\alpha, \beta, \gamma)/n$  tanımını yaparak

$$\sigma(\alpha', \beta', \gamma') = \frac{\Delta g_z(\alpha', \beta', \gamma')}{2\pi n^2} + \frac{1}{2\pi n^2} \iint_S G(\alpha, \beta, \gamma) \frac{(\gamma' - \gamma) d\alpha d\beta}{((\alpha' - \alpha)^2 + (\beta' - \beta)^2 + (\gamma' - \gamma)^2)^{3/2}} \quad (17)$$

yazabiliriz. Tüm gözlem noktalarında tanımlanan  $\sigma(\alpha, \beta, \gamma)$ 'nin çözümü (Ek.B)'de ayrıntılı olarak verilmiştir. Buna göre istenilen yüzeydeki gravite değeri

$$\Delta g_z(x, y, z) = - \iint_S \sigma(\alpha, \beta, \gamma) \frac{(z-\gamma) d\alpha d\beta}{((x-\alpha)^2 + (y-\beta)^2 + (z-\gamma)^2)^{3/2}} \quad (18)$$

bağıntısı ile gösterilebilir. Bir boyutlu durum için (17) ve (18) bağıntılarından kolayca

$$\sigma(\alpha', \beta') = \frac{g_z(\alpha', \gamma')}{2 \pi n^2} + \frac{1}{\pi n^2} \int_L \sigma(\alpha, \gamma) \frac{(\gamma' - \gamma) d\alpha}{(\alpha' - \alpha)^2 + (\beta' - \gamma)^2} \quad (19)$$

ve

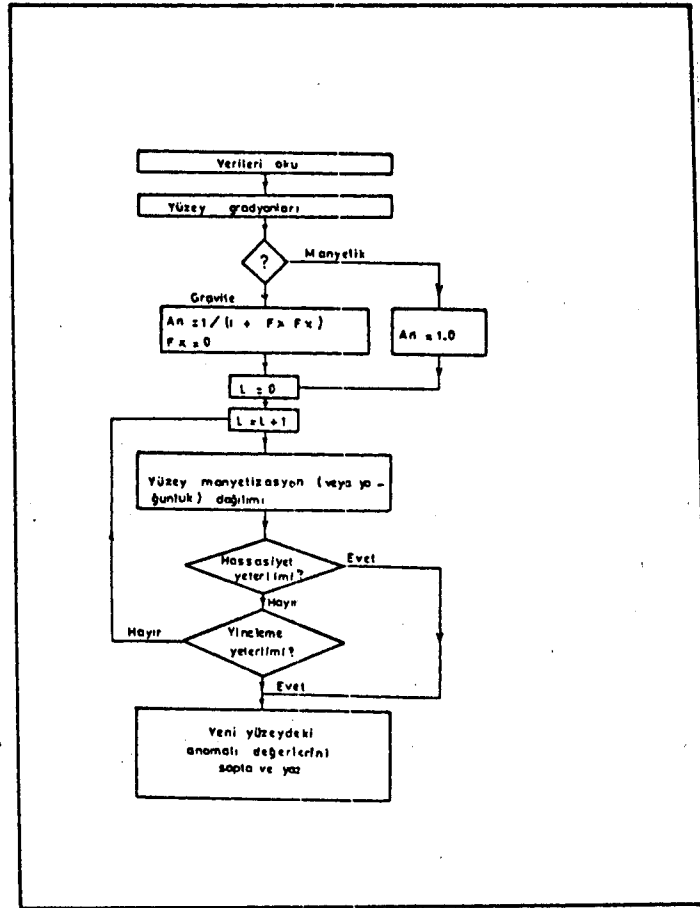
$$\Delta g_z(x, y) = - 2 \int_L \sigma(\alpha, \gamma) \frac{(z-\gamma) d\alpha}{(x-\alpha)^2 + (z-\gamma)^2} \quad (20)$$

yazabiliriz.

### Uygulama ve Bilgisayar Programı

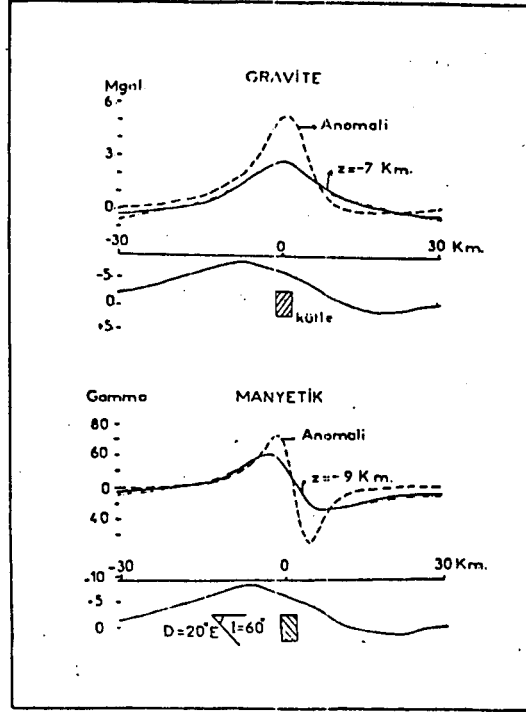
Engibeli bir yüzeydeki ölçü değerlerini kaynağın olmadığı bir düzleme indirgeyerek seçilen bazı modeller üzerine örnek uygulamalar yapılmıştır. Kolaylık sağlaması açısından yalnızca tek boyutlu (profil verisi) durum için örnekler verilmiştir.

(9), (12), (17) ve (19) bağıntılarından yararlanarak, yüzeysel mıknatıslanma yoğunluk dağılımlarının elde edilmesi (Ek.B)'de verilmiştir. Bilgisayar programının akış çizelgesi Şekil 1'de, FORTRAN listesi ile kullanımı (Ek.C)'de açıklanmıştır. Bilgisayar programı yalnızca bir boyutlu durum içindir. İki boyutlu durum için aynı yolla çift integral alınarak sonuca ulaşılır. Ancak, oldukça uzun bilgisayar zamanı gerektirmesi bir sorun oluşturmaktadır. Daha büyük ve hızlı bilgisayarlarla bu sorunun üstesinden gelinebilir.



Şekil 1: Bilgisayar programının akış çizelgesi

Burada değinilen yöntemlerin uygulamasına örnek olarak Bhattacharyya ve Chan (1977 b)'den iki boyutlu manyetik ve gravite verileri kullanılmıştır (Şekil 2). İki boyutlu prizma modelinin yüzey topografyası ve -9.0 km.'deki anomalilerinin karşılaştırılması yapılmaktadır. Profillerin yalnız uçlarında enterpolasyondan dolayı uyumsuzluklar vardır.

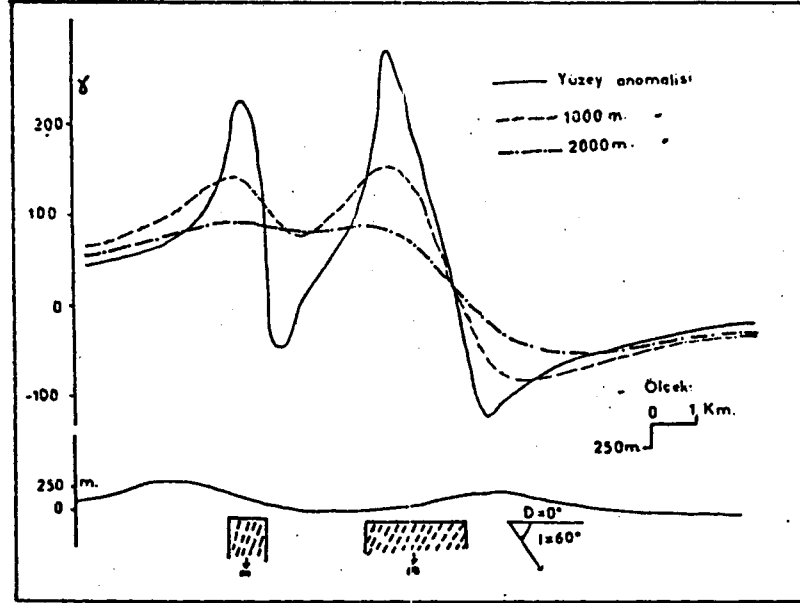


Şekil 2: İki boyutlu cismin gravite ve manyetik uzanım işlemi örneği (Bhattacharyya ve Chan, 1977 (a) dan).

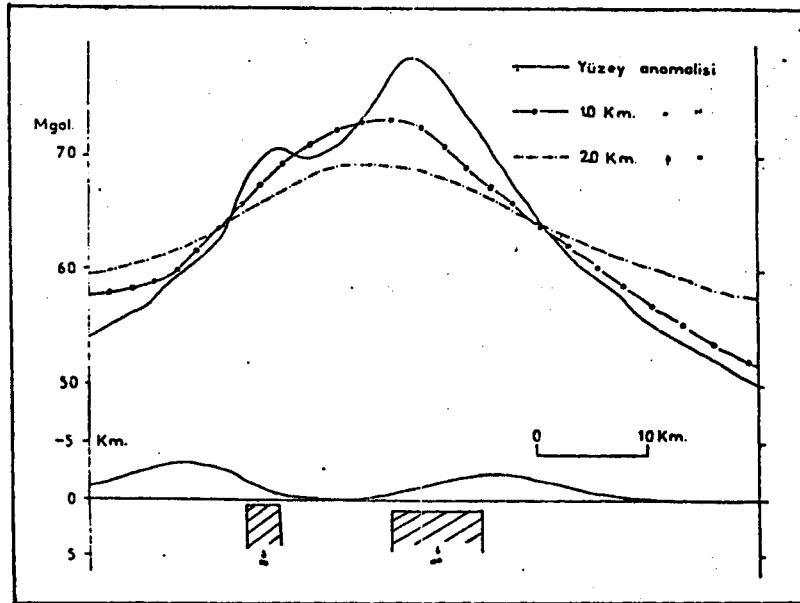
Daha karmaşık yüzeye yakın iki daykın (Şekil 3) manyetik anomalisi ( $D = 0^\circ$  ve  $I = 60^\circ$ ) değerleri için topografya yüzeyinde, teorik olarak Talwani yöntemiyle hesaplanmıştır. Bu anomalinin ayrıca -2000 metre ve -1000 metreye analitik uzanımları yapılmıştır. Aynı modelin gravite anomalisiyle -2000 metre ve -1000 metreye analitik uzanımları (Şekil 4)'te görülmektedir.

Yüzey yoğunluğu ve yüzey mıknatıslanma dağılımlarının hesaplanmasına bilgisayar zamanından tasarruf sağlamak için yineleme sayısının optimum ölçülerde tutmak gerekmektedir. Bu amaçla ölçüt olarak ortalama sapma kullanılabilir. Ortalama mutlak sapma

$$\text{Ortalama sapma} = \left| \frac{\sum_{i=1}^m (M_j(i) - M_{j-1}(i))}{m} \right|$$

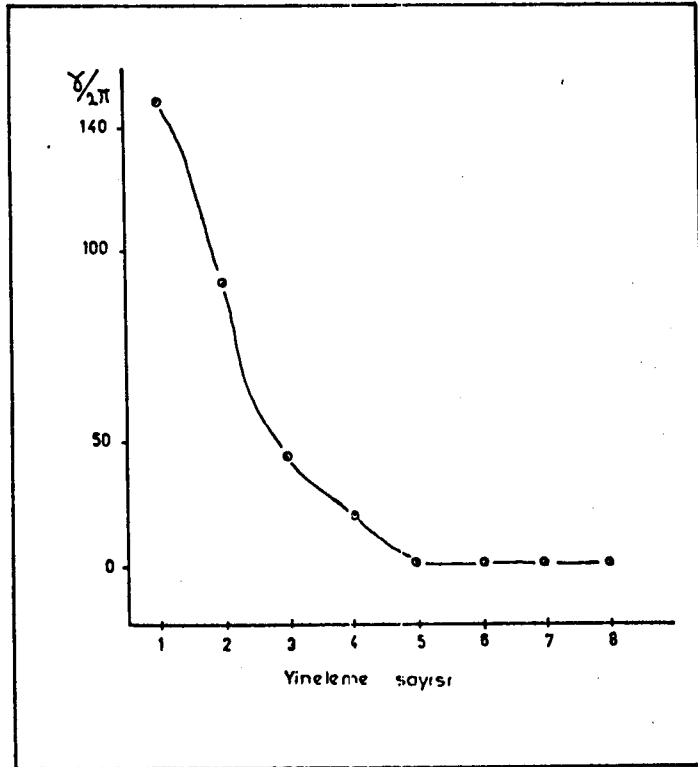


Şekil 3: İki boyutlu manyetik alan uygulaması.



Şekil 4: İki boyutlu gravite uygulaması.

bağıntısıyla tanımlanır. Burada  $m$  veri sayısı,  $j$  ise son yineleme sayısını göstermektedir. Manyetik veriler için ortalama mutlak sapmanın yineleme sayısı ile değişimi (Şekil 5)'te görülmektedir. İzlendiği gibi, dördüncü yenilemeden sonra değerler çok küçülmektedir. Dolayısıyla daha ileri seviyede yüzey yoğunluk veya manyetizasyon dağılımını hesaplamaya gerek yoktur. Birçok problemde 3 ile 5 yenilemede sonuca ulaşılmaktadır.



Şekil 5: Yineleme sayısının istatistiği.

Uygulamada karşılaşılan başka bir sorun da kullanılan pencerenin (Ek.B) boyunu saptamaktır. Bu amaca göre daha uzun veya kısa seçilebilir. Bilgisayar programında (Ek.C) 41 olarak seçilmiştir.

## KAYNAKLAR

- Bhattacharyya, B.K. ve Chan, K.C., 1977 (a), *Computation of gravity and magnetic anomalies due to inhomogeneous distribution of magnetization and density in a localized region: Geophysics*, v. 42, 602-609.
- Bhattacharyya, B.K. ve Chan, K.C., 1977 (b), *Reduction of magnetic and gravity data on an arbitrary surface acquired in a region of high topographic relief: Geophysics*, v. 42, p. 1411-1430.
- Dampney, C.N.G., 1969, *The equivalent source technique: Geophysics*, 34, 39-53.
- Emilia, D.A., 1973, *Equivalent sources used as an analytical base for processing magnetic field profiles: Geophysics*, 38, 339-348.
- Henderson, R.G. ve Cordell, L., 1971, *Reduction of unevenly spaced potential field data to a horizontal plane by means of finite harmonic series: Geophysics*, 36, 856-866.
- Kellogg, O.D., 1953, *Foundation of potential theory: New York, Dover Publications, Inc.*
- MacMillan, W.D., 1958, *The theory of potential: New York, Dover Publications, Inc.*
- Syberg, F.J.R., 1972, *Potential field continuation between general surfaces: Geophysical Prospecting*, 20, 267-282.

EK: A

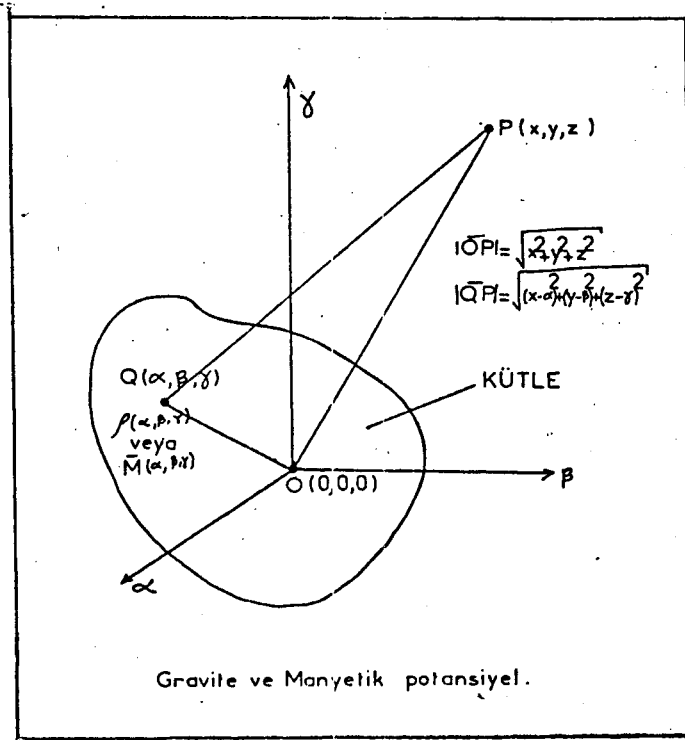
## İSTEŞİNCE YÜZEYİN ÖZELLİKLERİ

Dik koordinat sisteminde x: kuzey, y: doğuyu ve z: aşağıya doğru pozitif yönü gösteren eksenler olsun. Herhangi bir yüzey üzerindeki noktalar  $(\alpha, \beta, \gamma)$  ve bu yüzeyin dışında olan noktayı  $(x, y, z)$  koordinatla-

ıyla belirleyelim. İsteğince yüzey çeşitli yüzey elementlerinden oluşmuş gibi düşünülebilir. Bu yüzeyin yükseklikleri ( $\gamma$ ) diğer iki boyutun fonksiyonu şeklinde gösterilebilir (Şekil 6).

$$\gamma = f(\alpha, \beta)$$

(A1)

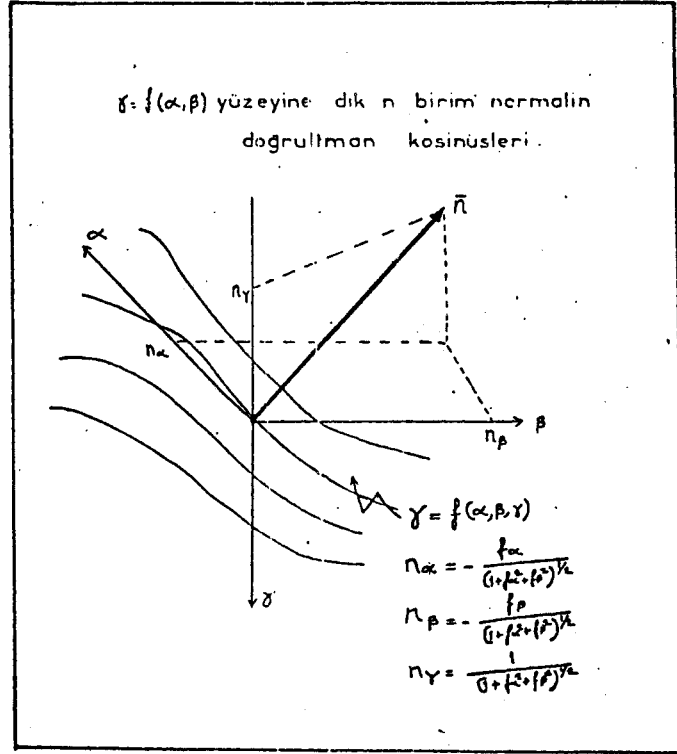


Şekil 6: Gravite ve manyetik potansiyel.

Düzenli bir şekilde sayısallaştırılmış her  $(\alpha, \beta)$  değerleri için bir  $(\gamma)$  değeri bulunmaktadır.  $(\alpha, \beta, \gamma)$  noktasında düzleme normal  $n$  birim vektörünün doğrultman kosinüsleri (Şekil 7)

$$n_{\alpha} = -\frac{f_{\alpha}}{(1 + f_{\alpha}^2 + f_{\beta}^2)^{\frac{1}{2}}} ; \quad n_{\beta} = \frac{f_{\beta}}{(1 + f_{\alpha}^2 + f_{\beta}^2)^{\frac{1}{2}}} ; \quad n_{\gamma} = \frac{1}{(1 + f_{\alpha}^2 + f_{\beta}^2)^{\frac{1}{2}}} \quad (A2)$$

bağıntılarıyla hesaplanabilir (Kellog, 1953). Burada  $f_{\alpha}$  ve  $f_{\beta}$ ,  $f(\alpha, \beta)$ 'nin  $x$  ve  $y$  eksenlerine göre türevleridir.



Şekil 7: Genel yüzeyin özellikleri.

EK: B

DOĞRUSAL İNTEGRAL DENKLEMLERİ VE FREDHOLM DENKLEMLERİNİN  
YİNELEME ÇÖZÜMÜ

Doğrusal integral denklemleri

$$g(x) \phi(x) = f(x) + \lambda \int_a^b K(x,z) \phi(z) dz \quad (B1)$$

gibi bir genel bağıntıyla gösterilebilirler. Burada bilinen fonksiyonlar  $g(x)$ ,  $f(x)$  ve  $K(x,z)$ 'dir.  $K(x,z)$  çekirdek fonksiyonu olarak bilinir

ve  $(\lambda)$  sabit veya bir parametre olabilir. Bulunmak istenen  $\phi(x)$  fonksiyonudur. Eğer  $g(x) = 1$  ise Denklem (B1) ikinci tür Fredholm denklemdir:

$$\phi(x) = f(x) + \lambda \int_a^b K(x,z) \phi(z) dz. \quad (B2)$$

Denklem (B2)'nin sıfırinci derece yaklaşık çözümü olarak:

$$\phi_0(x) = f(x). \quad (B3)$$

Bulunan  $\phi_0(x)$  değerlerini Denklem (B1)'de yerine koymak yoluyla bir üst derece çözümleri hesaplanabilir.

$$\begin{aligned} \phi_1(x) &= f(x) + \lambda \int_a^b K(x,z) \phi_0(z) dz \\ \phi_2(x) &= f(x) + \lambda \int_a^b K(x,z) \phi_1(z) dz \\ &\vdots \\ \phi_n(x) &= f(x) + \lambda \int_a^b K(x,z) \phi_{n-1}(z) dz \end{aligned} \quad (B4)$$

Manyetik durum için ikinci tür Fredholm integral denklemi

$$\mu(\alpha', \beta', \gamma') = \frac{1}{2\pi} T_s(\alpha', \beta', \gamma') + \frac{1}{2\pi} \int_{S'} M(\alpha, \beta, \gamma) \frac{-f_\alpha(\alpha' - \alpha) - f_\beta(\beta' - \beta) + (\gamma' - \gamma)}{[(\alpha' - \alpha)^2 + (\beta' - \beta)^2 + (\gamma' - \gamma)^2]^{3/2}} d\alpha d\beta \quad (B5)$$

biçimindedir. Burada bilinen fonksiyon  $1/2\pi \cdot T_s(\alpha', \beta', \gamma')$  ve çekirdek fonksiyonu

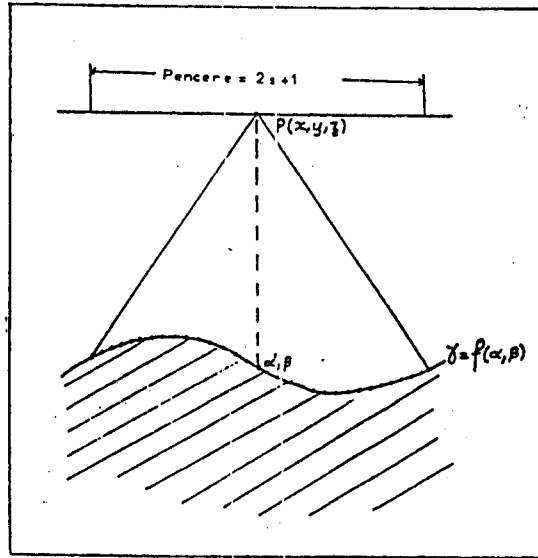
$$K(\alpha', \beta', \alpha, \beta) = \frac{-f_{\alpha} (\alpha' - \alpha) - f_{\beta} (\beta' - \beta) + (\gamma' - \gamma)}{[(\alpha' - \alpha)^2 + (\beta' - \beta)^2 + (\gamma' - \gamma)^2]^{3/2}} \quad (B6)$$

dir. Her yenileme aşamasında her nokta için iki (veya tek) boyutlu integralin hesaplanması gerekir. (B5)'in ikinci terimi olan çift katlı integral toplama dönüştürülerek

$$I = \frac{1}{2\pi} \sum_{\alpha=\alpha'-s}^{\alpha'+s} \sum_{\beta=\beta'-t}^{\beta'+t} M_m(\alpha, \beta, \gamma) \frac{-f_{\alpha} (\alpha' - \alpha) - f_{\beta} (\beta' - \beta) + (\gamma' - \gamma)}{[(\alpha' - \alpha)^2 + (\beta' - \beta)^2 + (\gamma' - \gamma)^2]^{3/2}} \quad (B7)$$

yazılabilir. Bunun anlamı, integrasyon işleminin orta nokta için  $(2s+1)$  ve  $(2t+1)$  penceresi içinde yapılmasıdır. Problemin içeriğinden dolayı orta noktaya ağırlık verileceğinden, Chebyshev integral alma yöntemi kullanılmıştır. Chebyshev yöntemiyle integral çözümünde bir  $f(x)$  fonksiyonunun  $a < x < b$  aralığında (Şekil 8)

$$\int_a^b f(x) dx = \frac{(b-a)}{2} \int_{-1}^1 \frac{1}{\sqrt{1-z^2}} F(z) dz \quad (B8)$$



Şekil 8: Pencereleme işlemi (Açıklama için yazıya bakınız).

bağıntısıyla gösterilebilir. Burada

$$x = \frac{z(b-a) + (b+a)}{2} \quad \text{ve} \quad F(z) = \sqrt{1-z^2} \quad f\left(\frac{z(b-a) + b + a}{2}\right)$$

dir. Buna göre Chebyshev integrali

$$\int_a^b f(x) dx = \frac{\pi(b-a)}{2m} \sum_{i=1}^m (1-z^2) f\left(\frac{z(b-a) + b + a}{2}\right) \quad (B9)$$

biçimini alır. Burada

$$z_i = \cos \frac{(2(i-1) + 1)}{2m} \quad i = 1, 2, 3, \dots, m$$

$$x_i = \frac{z_i(b-a) + b + a}{2} \quad i = 1, 2, 3, \dots, m$$

dır.

EK: C

### BİLGİSAYAR PROGRAMININ GİRİŞ PARAMETRELERİ

ITER	= Yenileme sayısı
ALİMİT	= Hassasiyet sınırı
NUM	= Veri sayısı
J1	= Veri eşit aralıklı = 0, değilse = 1
J2	= Ölçü yüzeyi düzlemse = 0, değilse = 1
J3	= Uzanım yapılacak yüzey düzlemse = 0, değilse = 1
J4	= Veri karttan ise = 1, manyetik banddan ise = 0
J5	= Manyetik verisi ise = 1, gravite verisi ise = 0.

### GİRİŞ VERİLERİ

1. Kart = ITER, ALİMİT, NUM, J1, J2, J3, J4, J5.
2. Kart = Eğer J4 = 1 ise T(1) anomali değerlerini oku.

3. Kart = Eger J1 = 0 ise DX veri aralıkları.
4. Kart = Eger J2 = 0 ise Z(1) yüzey yükseklikleri (Deniz seviyesinden yukarıya doğru pozitiftir).
5. Kart = Eger J3 = 0 ise uzanım yapılacak yükseklik DELH (Yukarıya doğru pozitiftir).

```

1      IJOB
2      DIMENSION T(500),X(500),Z(500),H(500),FX(500),A1(500),
3      &AZ(500),AN(500),F(41),ATH(500)
4      DATA IOKU,IYAZ /5,6/
5      READ(IOKU,5001) NUM ,ITER,ALIMIT,J1,J2,J3,J4,J5
6      WRITE(IYAZ,5001) NUM,ITER,ALIMIT,J1,J2,J3,J4,J5
7      5001 FORMAT(2I5,F10.5,5I5)
8      NP1=NUM+20
9      NPP1=NP1+20
10     IF(J4) 90,91,90
11     90 READ(IOKU,5002)(T(I),I=21,NP1)
12     5002 FORMAT(14F5.0)
13     IF(J1) 10,11,10
14     11 READ(IOKU,*) DX
15     DO 13 I=1,NPP1
16     13 X(I)=(I-1)*DX
17     GOTO 12
18     10 READ(IOKU,5002)(X(I),I=1,NPP1)
19     12 IF(J2) 20,21,20
20     21 READ(IOKU,*) DELZ
21     DO 23 I=21,NP1
22     Z(I)=DELZ
23     23 CONTINUE
24     GO TO 22
25     20 READ(IOKU,5002)(Z(I),I=21,NP1)
26     GO TO 22
27     91 CONTINUE
28     22 IF(J3) 30,31,30
29     31 CONTINUE
30     READ(IOKU,*) DELH
31     DO 33 I=21,NP1
32     H(I)=DELH
33     33 CONTINUE
34     GO TO 32
35     30 READ(IOKU,*) (H(I),I=21,NP1)
36     32 WRITE(IYAZ,6005)
37     DO 35 I=21,NP1
38     WRITE(IYAZ,6001) X(I),Z(I),T(I)
39     H(I)=-H(I)
40     Z(I)=-Z(I)
41     35 CONTINUE
42     FX(21)=(Z(22)-Z(21))/(X(22)-X(21))
43     NM1=NP1-1
44     FX(NP1)=(Z(NP1)-Z(NM1))/(X(NP1)-X(NM1))
45     DO 40 I=22,NM1
46     FX(I)=(Z(I+1)-Z(I-1))/(X(I+1)-X(I-1))
47     40 CONTINUE
48     IF(J5) 200,201,200
49     200 DO 202 I=21,NP1
50     AN(I)=1/(1.+FX(I)*X(I))
51     FX(I)=0.0
52     202 CONTINUE
53     GO TO 203
54     201 DO 204 I=21,NP1
55     AN(I)=1.0
56     204 CONTINUE
57     203 DO 41 I=21,NP1
58     A1(I)=T(I)/(6.2832*AN(I))
59     41 CONTINUE
60     CALL EXTRAP(Z,NP1)

```

```

59      CALL EXTRAP(T,NP1)
60      CALL EXTRAP(A1,NP1)
61      CALL EXTRAP(FX,NP1)
62      CALL EXTRAP(AN,NP1)
63      MN=41
64      L=0
65      130 L=L+1
66          DO 100 I=21,NP1
67              AB=X(I+20)-X(I-20)
68              DO 110 J=1,MN
69                  JT=I-21+J
70                  IF(J.EQ.21) GO TO 111
71                  S1=X(I)-X(JT)
72                  S2=Z(I)-Z(JT)
73                  R=S1*S1+S2*S2
74                  F(J)=A1(JT)*(S2-S1*FX(JT))/R
75                  GO TO 110
76      111 F(J)=0.0
77      110 CONTINUE
78          CALL CHEBY(AB,MN,F,CHEBA)
79          A2(I)=CHEBA/(3.1416*AN(I))+T(I)/(6.2832*AN(I))
80      100 CONTINUE
81          SUM=0.0
82          DO 120 I=21,NP1
83              SUM=SUM+A1(I)-A2(I)
84              A1(I)=A2(I)
85      120 CONTINUE
86          ATOP=SUM/NUM
87          ATOP=ABS(ATOP)
88          WRITE(IYAZ,6006) ATOP,L
89      6006 FORMAT(7H ATOP= ,F10.5,8H ITER= ,I5)
90      C IF(ATOP.LT.ALIMIT) GO TO 121
91          IF(.LT.ITER) GO TO 130
92          DO 140 I=21,NP1
93              AR=X(I+20)-X(I-20)
94              DO 150 J=1,MN
95                  JT=I-21+J
96                  S1=X(I)-X(JT)
97                  S2=H(I)-Z(JT)
98                  R=S1*S1+S2*S2
99                  F(J)=A1(JT)*(S2-S1*FX(JT))/R
100      150 CONTINUE
101          CALL CHEBY(AR,MN,F,CHEBA)
102          ATH(I)=-2.0*CHEBA
103      140 CONTINUE
104          SUM=0.
105          DO 160 I=21,NP1
106              SUM=SUM+T(I)
107          ORT=SUM/NUM
108          DO 170 I=21,NP1
109              ATH(I)=ATH(I)-ORT
110              WRITE(IYAZ,6001) X(I),H(I),ATH(I)
111      170 CONTINUE
112      6005 FORMAT(30H          X          Z          T          //)
113      6001 FORMAT(3F10.2)
114      STOP
115      END
116
115      SUBROUTINE EXTRAP (A,IX)
116      DIMENSION A(500)

```

```

117      DO 10 I=1,20
118      A(I)=A(2I)
119      A(IX+I)=A(IX)
120      10 CONTINUE
121      RETURN
122      END

123      SUBROUTINE CHERY(AB,M,F,CHEBA)
124      DIMENSION F(41)
125      SUM=0.0
126      DO 1 I=1,M
127      ZI=COS((2.*(I-1)+1.0)*3.1416/(2.*M))
128      SUM=SUM+F(I)*SQRT(1.0-ZI*ZI)
129      1 CONTINUE
130      CHEBA=AB*3.1416*SUM/(2.*M)
131      RETURN
132      END

```

IENTRY							
61	10	1.00000	0	1	0	1	0
X	Z	T					
5000.00	125.00	45.00					
5250.00	150.00	47.00					
5500.00	175.00	48.00					
5750.00	200.00	52.00					
6000.00	250.00	55.00					
6250.00	275.00	58.00					
6500.00	300.00	63.00					
6750.00	320.00	68.00					
7000.00	330.00	74.00					
7250.00	320.00	81.00					
7500.00	300.00	92.00					
7750.00	275.00	106.00					
8000.00	250.00	127.00					
8250.00	200.00	165.00					
8500.00	160.00	225.00					
8750.00	125.00	208.00					
9000.00	90.00	120.00					
9250.00	50.00	-42.00					
9500.00	30.00	-42.00					
9750.00	20.00	-8.00					
10000.00	15.00	14.00					
10250.00	10.00	33.00					
10500.00	10.00	50.00					
10750.00	15.00	70.00					
11000.00	20.00	91.00					
11250.00	25.00	125.00					
11500.00	40.00	180.00					
11750.00	55.00	280.00					
12000.00	75.00	257.00					
12250.00	100.00	208.00					
12500.00	130.00	165.00					
12750.00	150.00	122.00					
13000.00	175.00	60.00					
13250.00	200.00	30.00					
13500.00	215.00	-34.00					
13750.00	220.00	-96.00					
14000.00	225.00	-117.00					
14250.00	220.00	-110.00					