

GRAVİTE VE MANYETİKTE TOPOĞRAFYA ETKİLERİNİ GİDERME
VE UZANIM İŞLEMLERİ
MUSTAFA ERGÜN (*)

Öz

Geçmiş jeofizik literatürde uzanım işlemlerinin matematiksel bağıntıları özel durumlar için verilmiştir. Manyetik ve gravite verilerinin uzanım teorisinin doğrusal olmayan yüzeylerdeki durumu eş kaynak gösterimi yoluyla incelenebilir. İsteğince bir yüzeyde algılanan toplam manyetik alan veya gravite ile eşdeğer yüzey manyetizasyonu veya yoğunluk arasında ikinci tür bir Fredholm integral denklemi vardır. Manyetizasyon veya yoğunluk yüzey dağılımlarını elde etmek için integral denkleminin çabuk ve basit yineleme yoluyla çözümü tanımlanmıştır. Dağılım bilindikten sonra istenilen yüzeyde toplam manyetik alan veya gravite etkisi kolaylıkla saptanabilir.

Teorik modeller üzerinde yapılan uygulamalarla konunun geçerliliği ortaya konmuştur. Yalnız iki boyutlu durumda çok uzun bilgisayar zamanı almaktadır. Bu yöntemin kullanım amacı topoğrafyası karmaşık olan bölgelerde alınan havadan manyetik verilerin bir düzleme çıkarılması veya paralel yüzeyler arasında uzanımı yapılarak yüzey etkilerinden arındırılması için çok geçerlidir.

Abstract

In the previous geophysical literature, the mathematical equations of continuation operations for the special cases e.g., between the parallel surfaces, were given in detail. The theory of continuation between general surfaces for the gravity and magnetic data can be

(*) Dokuz Eylül Üniversitesi, Müh. Mim. Fak. Jeoloji Müh. Böl. Bornova, İzmir.

studied with equivalent source representation. It is shown that the analytical relationship between the total magnetic field (or the gravity) effect and equivalent magnetization (or density) on an arbitrary observational surface is given by a second kind Fredholm integral equation. A rapidly convergent iterative scheme is described for the solution of integral equation, yielding the surface distribution of magnetization or density. Once the distribution being obtained, it is very straightforward to obtain the total magnetic field or the gravity effect on the desired surfaces.

It has been demonstrated with the model examples for the proof of the case. However, it takes too long computer time for the two - dimensional case. This method is very useful when the magnetic field observed on the high topographic relief where the anomalous field can be reduced to a plane or being continued between parallel surfaces. This will reduce the effects of high topographic relief on the anomaly.

Giriş

Manyetik anomalilerin sayısal çözümlerine (doğru veya ters çözüm) geçmeden önce, dalgasız ortamında yapılacak işlemlerle bölgenin bazı özellikleri ortaya çıkarılabilir. Örneğin, genlik spektrumundan süzgeçleme için geçerli olabilecek kesme dalgasızını elde edebiliriz. Güç spektrumu analizleri ile yapıların kalınlıkları ve derinlikleri hakkında bilgi edinebiliriz. Buradan bulunacak parametreler, anomaliyi yaratan yapıların ortalama etkilerinin sonucudur. Dalgasız ortama geçiş Fourier dönüşümü yoluyla olup, bu konuda jeofizikte geniş bir çalışma alanı meydana gelmiştir (Dean, 1958; Bhattacharyya, 1965 ve 1966; Spector ve Grant, 1970; Green, 1972). İster profil, isterse harita verisi olsun, dalgasız ortama geçtikten sonra verinin istenilen amaç doğrultusunda kullanılması (süzgeçleme, uzanım ya da çeşitli dereceden türev alma işlemleri) çok kolaylaşmaktadır. Burada tartışılacak temel konu, güç spektrumu elde etmede karşılaşılabilecek sorunlar, enerji sızmalarını önlemek ve düzgün değişimli bir güç spektrumu elde etmek için Fourier katsayıları üzerinde düzleştirme işlemlerini yapmak olacaktır.

Güç spektrumunda birden fazla doğrusal değişen bölmeler olabilir. Bunlar değişik derinliklerdeki kaynakların etkileridir ve ayrı ayrı irdelenip kaynaklarına ilişkin bilgiler sağlanabilir. Örneğin, yapıların kalınlıkları ikinci türev eğrilerinin sıfırlarından bulunarak, spektrumdaki etkileri Chebyshev polinomları kullanılarak çıkarılabilir. Bulunan derinliklerden geriye giderek yapıların ortalama kalınlıklarının saptanması Newton yineleme yöntemiyle yapılır.

Temel Fourier Analizi

Periyodik bir fonksiyon ile bunun frekans ortamına dönüşümü arasında aşağıdaki bağıntılar vardır:

$$f(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{j\omega x} d\omega$$

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-j\omega x} dx$$
(1)

Bu bağıntılardan açıkça görüldüğü gibi, periyodik olmayan bir $f(x)$ fonksiyonu $(-\infty, \infty)$ aralığında açısal frekanslarında sinüzoidlerinin toplamından oluşmaktadır. $F(\omega)$, periyodik olmayan $f(x)$ fonksiyonunun sürekli spektrumudur. (1) bağıntıları Fourier dönüşüm çifti olarak bilinir. $F(\omega)$, genlik ve faz ile ilgili bilgileri içerir ve karmaşık bir fonksiyondur. $F(\omega)$, gerçel ve sanal bileşenlerine ayrılarak

$$F(\omega) = P(\omega) + jQ(\omega)$$
(2)

bağıntısıyla ifade edilebilir. Genlik spektrumu $A(\omega)$ ve faz spektrumu $\theta(\omega)$ sırasıyla

$$A(\omega) = [P^2 + Q^2]^{1/2}$$
(3)

$$\theta(\omega) = \tan^{-1} \frac{Q}{P}$$

bağıntılarıyla tanımlanırlar. Enerji spektrumu ise,

$$E(\omega) = (P^2 + Q^2)$$

bağıntısından hesaplanabilir.

Gerçek verinin enerji spektrumu iki yöntemle hesaplanabilir:

- a) Değiştirilmiş özilişki fonksiyonunun kosinüs transformu (Blackman ve Tukey, 1958).
- b) Değiştirilmiş periodogramın düzgünleştirilmesi (Jones, 1965).

Prizmatik Yapıların Manyetik Anomalileri ve Spektrumları

Kenarları $d\alpha$, $d\beta$, $d\gamma$ olan prizma biçimli bir hacim elemanının x, y, z noktasında meydana getireceği manyetik anomali

$$dF = I_p \frac{\partial^2}{\partial s \partial t} \left(\frac{1}{r} \right) d\alpha d\beta d\gamma \quad (4)$$

bağıntısıyla gösterilebilir. Burada I_p polarizasyonu, s polarizasyon vektörünün t ise yerkürenin toplam alan vektörünün yönünü simgelemektedir. Buna göre $\frac{\partial}{\partial t}$ ve $\frac{\partial}{\partial s}$ 'nin dik koordinatlardaki ifadeleri

$$\frac{\partial}{\partial t} = l \frac{\partial}{\partial x} + m \frac{\partial}{\partial y} + n \frac{\partial}{\partial z} \quad (5)$$

$$\frac{\partial}{\partial s} = L \frac{\partial}{\partial x} + M \frac{\partial}{\partial y} + N \frac{\partial}{\partial z}$$

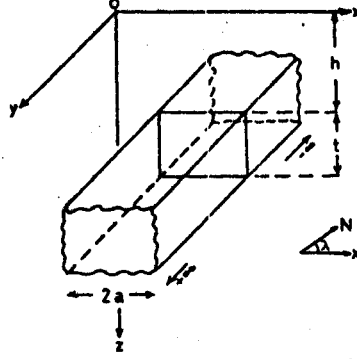
bağıntılarıyla gösterilebilir. r uzaklığı ise

$$r = [(\alpha-x)^2 + (\beta-y)^2 + (\gamma-z)^2]^{1/2}$$

bağıntısından saptanabilir. Burada (l, m, n) polarizasyon vektörünün, (L, M, N) yer manyetik toplam alan vektörünün x, y, z eksenleri için doğrultman kosinüsleridir. Buna göre tüm kütle için anomaliyi saptamak istersek (Bhattacharrya, 1966).

$$F(x, y, z) = I_p \iiint \frac{\partial^2}{\partial s \partial t} \left(\frac{1}{r} \right) d\alpha d\beta d\gamma \quad (6)$$

yazabiliriz. Eğer prizmamızı y eksen yönünde $(-\infty, \infty)$ olarak uzandı-
ğını varsayarsak (Şekil 1), (6) bağıntısı



Şekil 1: İki boyutlu prizmatik yapının manyetik potansiyeli

$$F(x,y,z) = I_p \int_{-a}^{+a} \int_{-h}^{+h} \int_{-t}^{+t} \frac{\partial^2}{\partial s \partial t} \left(\frac{1}{r} \right) da db dy \quad (7)$$

biçimini alır. Eğer x eksenini ölçü yönünde varsayılırsa, coğrafik kuzeyle λ açısını yapan, yer manyetik alanının deklinasyonuna D, inklinasyonuna I, polarizasyon vektörünün deklinasyonuna D_p ve inklinasyonuna I_p dersek, toplam manyetik anomaliyi (Denklem 7) aşağıdaki şekilde belirleyebiliriz:

$$E(u) = (4\pi^2 K^2) \langle R_T \rangle \langle R_K \rangle \langle S \rangle \langle C \rangle \langle P \rangle \quad (8)$$

Burada;

$$\frac{K}{2a} = \text{Birim hacim başına manyetik moment}$$

$$R_T = \sin^2 I + \cos^2 (D-\lambda) \cos^2 I$$

$$R_K = \sin^2 I_p + \cos^2 (D_p-\lambda) \cos^2 I_p$$

$$S = \left(\frac{\sin(ua)}{ua} \right)^2$$

$$C = (1 - e^{-tu})^2$$

$$P = e^{-2hu}$$

olarak tanımlanmıştır. Denklem (8) yalnızca bir prizma için geçerlidir.

Eğer birden fazla yapının bileşkesi söz konusuysa $\langle \rangle$ işareti ortalamayı gösterir. Tüm eşitliği toplam biçiminde tanımlamak istersek, her iki tarafın logaritmasını alarak (Green, 1972)

$$\ln [E(u)] = \ln[4\pi^2 K^2] + \ln[R_T] + \ln[R_K] + \ln[S] + \ln[C] + \ln[P]$$

yazabiliriz.

Enerji spektrumunu asıl etkileyen faktörler (S), (C) ve (P)'dir. Bunlar da sırasıyla genişlik (2a), kalınlık (t) ve derinlik (h) parametrelerine bağlıdır.

Gravite ve manyetik potansiyeller arasında Poisson bağıntısı geçerlidir. Anomaliye neden olan kütlelerin yoğunluğu ve mıknatıslanma değerleri biliniyorsa biri diğerinden elde edilebilir ve

$$H(r) = \frac{M}{G \cdot \rho} \frac{\partial}{\partial \alpha} F(r)$$

ilişkisi geçerlidir. Burada H(r) manyetik alan şiddetini, F(r) gravite alan şiddetini (aynı yönde) ve α ise mıknatıslanma yönünü göstermektedir. Spektrumdan yer manyetik alanın yönünün (R_T) ve mıknatıslanma yönünün (R_K) çıkarılmasıyla gravite ve manyetik spektrumlar özdeşleşir. Manyetik alan spektrumu için geçerli olan derinlik, kalınlık ve genişlik faktörleri aynen gravite için de geçerlidir.

Uygulama izlencesi

Prizma biçimli cisimlerin manyetik ve gravite anomalilerinin spektrumlarını inceleyerek modellene yapmak amacıyla yazılmış bilgisayar programı aşağıdaki işlevleri yerine getirmektedir.

1. Veri en küçük dalga boyunu kapsayacak şekilde (Nyquist kuralına uyularak) sayısallaştırılır.
2. Sayısallaştırılmış verinin Fourier dönüşümü yapılır.
3. Yukarı ve aşağı uzanım işlemleri, m. katsayısının $e^{-2\pi H \frac{m}{T}}$

ile çarpılmasıyla elde edilir. (Yukarıya doğru H pozitif, aşağıya doğru ise H negatiftir). Burada T veri boyu ve H ise uzanım yüksekliğidir.

4. n. düşey türevi elde etmek için m. katsayısının $(-2\pi m/T)^n$ ile çarpılması yeterlidir.
5. Frekans ortamı süzgeçleme işlemlerinin her türlü yapılabılır.
6. Kesme nedeniyle enerji spektrumuna olacak sızmaları azaltmak için Fourier katsayıları $(-1/4, 1/2, -1/4)$ süzgeci ile frekans ortamında evrişime sokulabilir (Blackman and Tukey, 1958). Bu işlem Hann pencerelemesine özdeştir. Ancak, bu işlemden enerji spektrumu $3/8$ oranında azalır. Bu nedenle sonuç aşamasında spektrum bu oranda dengelenmelidir.
7. Yapıların ortalama genişliklerinin (ikinci türevden çıkarılabilir) etkisi

$$[S] = -\frac{\sin 2ua}{2ua} + \frac{1}{2ua} \int_0^{4ua} \frac{\sin z}{z} dz \quad (9)$$

bağıntısından hesaplanarak spektrumdan çıkarılabilir. Burada $z = 2ua$ 'dır. Buradaki ikinci terim Chebyshev polinomlarıyla kolayca hesaplanabilir. Saptanan genişlik faktörü spektrumdan çıkarılır.

8. Enerji spektrumu derinlik hesaplarına hazır hale gelmiştir. Spektrumun doğrusal değişen bölümlerinin eğimlerinden,

$$\text{Eğim} = -2h$$

ilişkisinden yararlanarak derinlikler elde edilebilir.

9. Geniş ve yüksek değerlerin bulunuşu, yapıların derinlikle sınırlı olduğunu gösterir. Bu durumlar için,

$$\frac{\partial}{\partial u} (\ln[C] + \ln[P]) = 0$$

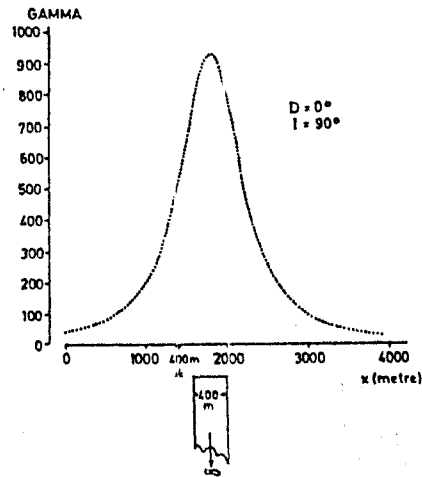
eşitliği geçerlidir. Bunun çözümü ise

$$-2h - \frac{2}{u} - \frac{4t [1 - e^{-2tu}]}{4tu - [3 - e^{-2tu}] [1 - e^{-2tu}]} = 0 \quad (10)$$

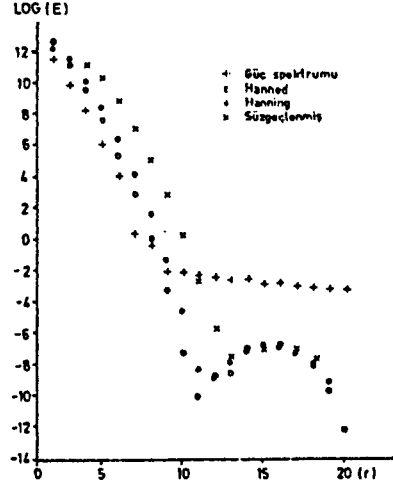
bağıntısıyla verilir. h bilindiği için, yineleme yoluyla u dalgasayısındaki yüksek değer için t (kalınlık) elde edilebilir.

Uygulama

Derinliği ve kalınlığı 400 metre, $D = 0^\circ$ ve $I = 90^\circ$ olan manyetik alanda indüklemeye manyetik anomali yaratan, tabanı sonsuza uzanan bir dik daykın yarattığı anomali (Şekil 2) gözönüne alınmıştır. Güç spektrumu ve üzerinde uygulanan Hanning, Hanned ve Süzgeçleme sonuçları Şekil 3'te gösterilmektedir. Güç spektrumunda, kaynağın tek oluşu ve tabanın da sonsuza gitmesi sonucu, yalnızca daykın derinliği ile ilgili parametre önem kazanmakta ve eğimden bulunan derinlikler % 3-5 hata ile hesaplanabilmektedir.



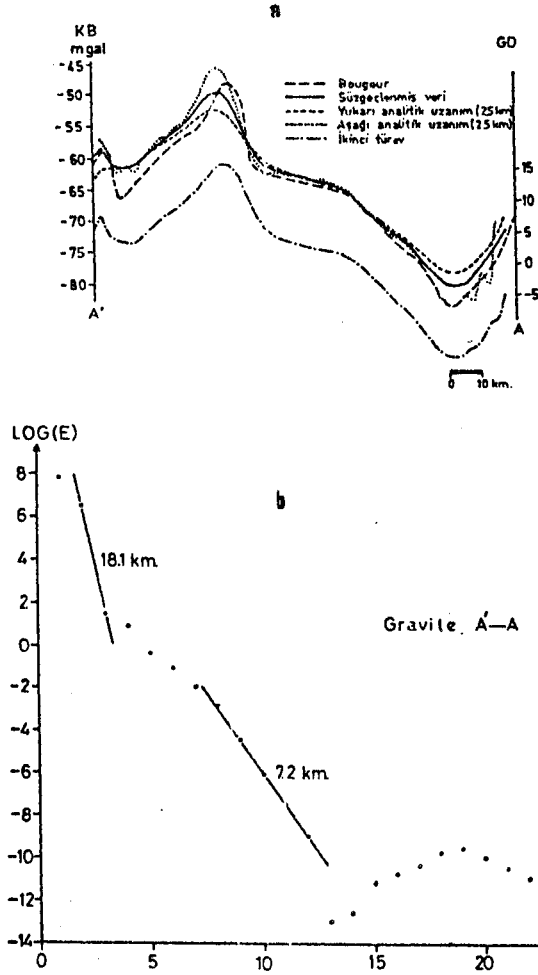
Şekil 2: Daykın manyetik anomalisi



Şekil 3: Dayk anomalisinin spektrumu

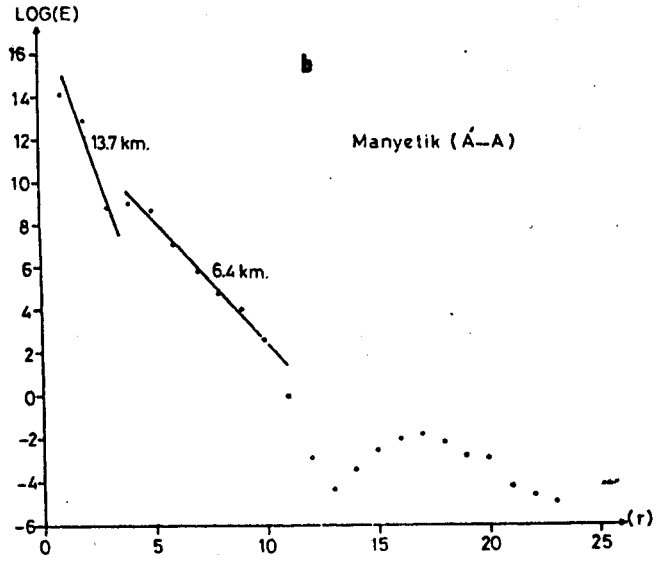
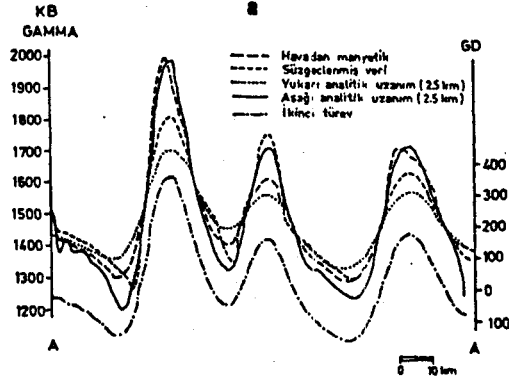
Ergün ve Sarı (1982) gravite haritasından Ankara-Polatlı bölgesinde ($32^{\circ} - 33^{\circ}$ D ve $39^{\circ} 30'$ K koordinatları arası) Polatlı'nın batısının tabansal yükselim bölgesi olduğunu saptamışlar ve bölgedeki genel gidişlerin KB-GD doğrultulu olduğunu vurgulamışlardır. Polatlı'nın doğusunda ise genel gidişler KD-GB uzanımlıdır. Gravitede volkanitler ve Eosen oluşumları negatif anomali kuşaklarını vermektedirler. Şekil 4a'da verilen AA' kesiti KD-GB uzanımlı yapısal gidişlere dik olarak alınmıştır. AA' kesitinde yapılan uygulamada iki derinlik elde edilmiştir. Bunlar 18.1 km. ve 7.2 km.'dir. (Şekil 4b). Burada saptanan ikinci derinlik sedimentlerin kalınlığıdır. Aynı kesitin manyetik anomalisinde de (Şekil 5) iki derinlik söz konusudur. Bunlardan birincisi 13.7 km. derin etkileri, ikincisi 6.4 km. ise yüzeysel etkileri simgelemektedir.

Burada gözönünde bulundurulması gereken manyetik değerlerin havadan yapılan etüd sonucu ve 700-1000 metre uçuş yüksekliğinden algılandığıdır. Bouguer değerleri ise deniz seviyesine indirgenmiştir. Bu durumda manyetik anomalilerden daha büyük derinlikler beklenirken, tersine, önemli olmakla birlikte, biraz daha küçük değerler bulunmuştur.



Şekil 4: AA' kesitinin gravite anomalisi ve spektrumu

BB' kesiti bölgeyi doğu-batı doğrultusunda kesmektedir (Şekil 6a). Bouguer değerlerinden elde edilen güç spektrumu (Şekil 6b) üç derinlik değeri göstermektedir. Bunlar sırasıyla 34.7 km., 9.0 km. ve 5.9 km. olarak hesaplanmıştır. Görüldüğü gibi burada daha önce AA' kesitinden elde edilemeyen daha derin anomali kaynakları da yakalanmaktadır. Bunun nedeni, bölgenin batısında varolan yükselim bölgesinden tabanı daha derin olan doğu bölgesine geçilmesi olabilir.

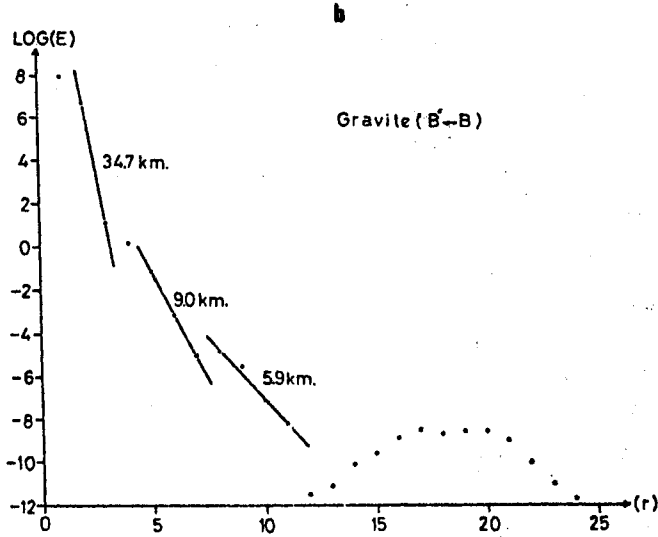
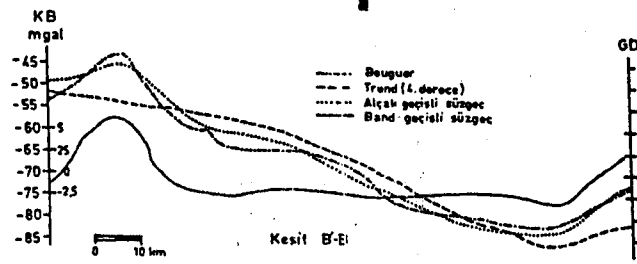


Şekil 5: AA' kesitinin manyetik anomalisi ve spektrumu

Sonuçlar ve Öneriler

Verinin frekans ortamına dönüştürülmesiyle birçok veri-işlem yöntemi basite indirgenmektedir. Manyetik ve gravitede iki boyutlu yapıların belirli parametrelerini güç spektrumundan elde edebiliriz. Burada önemli olan nokta güç spektrumunu elde ederken ortaya çıkan

zorluklardır. Bu zorluklar da elde edilen periodogramlar üzerinde uygulanacak çeşitli işlemlerle (Hanned, Hanning ve Süzgeçleme) giderilebilir. Ayrıca, ikinci-türev sıfır konturları arasından ortalama genişlikleri saptayıp, spektrum üzerindeki etkilerini giderebiliriz. Buradan da iki boyutlu yapının kalınlığı ortaya konabilmektedir.



Şekil 6: BB' kesitinin gravite anomalisi ve spektrumu

Spektrum çözümlemesinin bir başka üstünlüğü de, uzaklık ortamında anomalilerin tek tek ele alınarak ayrıntılarla uğraşılmasına karşın, spektrumun bunların tümünü içermesi ve bölgede geçerli jeolojik yapı modelinin ana hatlarını çıkarmaya olanak vermesidir.

KAYNAKLAR

- Bhattacharyya, B.H., 1965, Two-dimensional harmonic analysis as a tool for magnetic interpretation; *Geophysics*, 30, 829-857.
- Bhattacharyya, B.H., 1966, Continuous spectrum of the total magnetic field anomaly due to a rectangular prismatic body; *Geophysics*, 31, 97-121.
- Blackman, R.B. and Tukey, J.W., 1958, *The measurement of power spectra*, Dover Publications Inc., N.Y.
- Dean, W.C., 1958, Frequency analysis for gravity and magnetic interpretation; *Geophysics*, 23, 97-127.
- Ergün, M. ve Sari, C., 1982, Gravite ve manyetik veri-işlem yöntemleri ve Ankara-Polatlı bölgesinin yorumu; *T.J.K. Bülteni*, 25, 137-142.
- Green, A.G., 1972, Magnetic profile analysis; *Geophys. J.R. Astr. Soc.*, 30, 393-403.
- Jones, R.H., 1965, A reappraisal of the periodogram in spectral analysis, *Technometrics*, 7, 531-542.
- Spector, A. ve Grant, F.S., 1970, Statistical models for interpreting aeromagnetic data; *Geophysics*, 35, 293-302.
- Treitel, S., Clement, M.G. ve Kaul, R.K., 1971, The spectral determination of depths to buried magnetic basement rocks; *Geophys. J.R. Astr. Soc.*, 24, 415-428.