EN KÜÇÜK KARELER YÖNTEMİ İLE DOĞRU AKIM SONDAJI VERİLERİNDE DÖNÜŞÜM İŞLEMLERİ

Transformation of Resistivity Soundings by the Least-Squares Method

A.T. BAŞOKUR (*)

ABSTRACT

A numerical method based on a least-squares method is developed for the transformation of apparent resistivity data. In the first step, a function that approximates the apparent resistivity data is determined. The second step transforms this function into the corresponding kernel and apparent resistivity data obtained other electrode configurations. The transformation of the apparent resistivities is presented for four electrode configurations (the two-electrode, Wenner, Schlumberger and dipole-dipole).

The main advantage is that calculations can be performed with one single program.

ÖZET

Görünür özdirenç eğrilerinin dönüşüm işlemleri için en küçük kareler tekniğine dayanan bir sayısal yöntem geliştirilmiştir. İlk adımda, görünür özdirenç eğrisine yaklaştırılan bir fonksiyon bulunur. İkinci adım bu fonksiyonu, kendisine karşılık gelen çekirdek fonksiyonuna ve diğer elektrot açılımlarındaki görünür özdirenç eğrilerine dönüştürür. Dönüşüm işlemleri dört tür elektrot açılımı için verilmiştir (İki elektrot, Wenner, Schlumberger ve dipol-dipol).

Yöntemin üstünlüğü, bu işlemlerin bir bilgisayar programı ile gerçekleştirilebilmesidir.

GİRİŞ

Düşey Elektrik Sondajı (DES), en eski yöntemlerden biri olmasına rağmen, günümüzde de kullanımı yaygın olarak süregelmektedir. Bunun başlıca nedeni, çok değişik jeolojik problemlere uygulanabilmesi, görecel olarak daha ucuz ve karmaşık olmayan aletlerle ölçümlerin yürütülebilmesi ve oldukça iyi çözüm gücüne sahip olmasıdır.

DES'e yeryüzündeki iki elektrot yardımıyla doğru akım verilir ve diğer iki nokta arasında gerilim farkı ölçülür. Verilen akım ve ölçülen gerilim farkının oranları, elektrotların konumuna bağlı olan bir katsayı ile çarpılarak görünür özdirenç (GÖ) değerlerine dönüştürülür. Ölçüler, akım ve gerilim elektrotları belirli bir düzen içerisinde konumlandırılarak yürütülür. DES'in en önemli özelliği, her ölçü sonunda iki akım elektrotu arasındaki uzaklığın artırılması ve böylece akımın daha derinlere erişmesinin sağlanmasıyla "görünür özdirenç-derinlik" değişiminin bir grafik olarak elde edilmesidir. GÖ eğrisi adı verilen bu grafik, çoğunlukla yeraltının homojen ve izotrop katmanlardan oluştuğu varsayılarak çözümlenir ve amaç her katmanın gerçek özdirencinin ve kalınlığının saptanmasıdır. Jeolojik kesit ise, birçok noktada ölçülen GÖ eğrilerinden hesaplanan özdirenç ve kalınlık değerlerinin biraz da deneyim yardımıyla yorumlanmasıyla oluşturulur.

DES, yoğun sayılabilecek ölçüde incelenmiş bir yöntemdir. Araştırmaların çoğu üç temel sorun üzerine yoğunlaşmıştır. Bunlar;

a) Verilen bir katman dizilimi ve elektrot açılımı için kuramsal GÖ değerlerinin hesaplanması,

b) Arazide ölçülen GÖ değerlerinin, kullanılan elektrot açılımının türüne bağlı olmayan, yalnızca yeraltı katman parametrelerinin fonksiyonu olan dönüşük özdirenç (DÖ) fonksiyonuna dönüştürülmesi,

c) Bir elektrotu açılımı ile elde edilen GÖ değerlerinin, diğer elektrot açılımındaki GÖ değerlerine dönüştürülmesi olarak sıralanabilir.

Bu üç problemin çözülmesi, DES verilerinin yorumunu, yani GÖ eğrisinden katmanların özdirenç ve kalınlıklarının saptanmasını olanaklı kılar. Ancak, bu çalışmada yorum yöntemlerinden söz açılmayacak, yoruma hazırlığı oluşturan sayısal işlemlerden ikisi, GÖ eğrisinin DÖ eğrisine ve diğer açılımlardaki GÖ eğrilerine dönüştürülmesi incelenecektir.

Lineer süzgeç kuramının elektrik yöntemlere uygulanmasından sonra (Ghosh 1971), her iki sorun da bu yöntem çerçevesinde çözümlenmeye çalışılmıştır. GÖ eğrisinin, DÖ eğrisine dönüştürülmesi için verilen süzgeçler arasında Das, Ghosh ve Biewingal (1974), O'neill (1975), Nyman ve Landisman (1977) ve Koefeed (1979) sayılabilir. GÖ eğrilerinin birbirlerine dönüştürülme problemi ise Kumar ve Das (1977), Kumar ve Das (1978), Koefoed (1979) ve Başokur (1983) tarafından gene lineer süzgeç kuramı kullanılarak ele alınmıştır.

(*) MATAŞ Madencilik ve Ticaret Ltd. Şti. - Ankara

Santini ve Zambrano (1981) en küçük kareler tekniğini kullanan farklı bir yaklaşım önermişlerdir. Bu yöntemde ilk adım olarak Schlumberger GÖ eğrisi uygun bir fonksiyona yaklaştırılır ve bu fonksiyona karşılık gelen DÖ fonksiyonu bulunur. Bu yeni yöntem lineer süzgeç tekniğine göre daha uzun hesaplama zamanı gerektirir. Ancak bu yöntemde, GÖ eğrisinin sayısal değerlerinin logaritmik kağıt üzerinde eşit aralıklı olarak bulunmasına gerek yoktur. Böylece, arazide elde edilen ölçü değerleri doğrudan kullanılabilir. Halbuki, lineer süzgeç yönteminde arazi eğrisi eşit aralıklı sayısal veriler haline getirilmelidir.

Yöntem, Kumar ve Chowdary (1982) tarafından Wenner elektrot açılımına uygulanmıştır. Kohlbeck (1985), akım ve gerilim elektrotlarının rastgele konumlandırılarak açılım yapılması durumunda DÖ fonksiyonunun eldesi problemini çözmüştür ve bu sorunun lineer süzgeç tekniği ile çözümü olanaklı değildir.

Bilindiği gibi değişik jeolojik problemlerin çözümü için çok çeşitli elektrot açılım türleri kullanılabilmektedir. İzleyen bölümlerde, en küçük kareler yönteminin çeşitli elektrot açılımlarına nasıl genelleştirilebileceğini açıklamaya çalışacağız.

KURAM

Homojen ve izotrop yatay katmanlardan oluşan, yarı sonsuz bir ortamda, nokta akım kaynağının yeryüzündeki herhangi bir noktada oluşturduğu potansiyel;

$$V(r) = \frac{I\rho_1}{2\pi}\left[\frac{1}{r} + 2\int_0^\infty k(\lambda)\, J_0(\lambda r)\, d\lambda\right] \tag{1}$$

bağıntısı ile verilir. Burada, r akım kaynağından olan uzaklık, ρ_1 ilk katmanın özdirenci, k (λ) Stefanescu çekirdek fonksiyonu ve J_0 (λr) birinci cins, sıfırıncı dereceden Bessel fonksiyonudur. (1) No'lu denklem ile çeşitli elektrot açılımlarındaki GÖ bağıntıları türetilir. Ancak, bizim buradaki sorunumuz GÖ arazi ölçümlerinden çekirdek fonksiyonunu saptamaktır.

Çekirdek fonksiyonunun $g(\lambda;\epsilon_i)$ ile göstereceğimiz bir fonksiyonun lineer kombinasyonuna yaklaştırılabileceğini varsayalım. O zaman,

$$K^*(\lambda) = \sum_{i=1}^{m} b_i\, g(\lambda;\epsilon_i) \tag{2}$$

yazılabilir. Burada, b_i katsayıları göstermektedir. $K^*(\lambda)$, çekirdek fonksiyonuna bir yaklaşımdır. Birçok yazar, kendi deneyimlerine göre eksponansiyel fonksiyonların $g(\lambda;\epsilon_i)$ için en uygun fonksiyon olduğunu bildirmişlerdir. Böylece (2) bağıntısı

$$K^*(\lambda) = \sum_{i=1}^{m} b_i \exp(-\epsilon_i \lambda) \tag{3}$$

olarak yeniden yazılabilir.

Çeşitli elektrot açılımlarındaki GÖ eğrilerinin hangi tür fonksiyonlara yaklaştırılacağı ise (3) bağıntısı yardımı ile kolayca saptanabilir.

İki elektrot GÖ izleyen bağıntı ile tanımlanır (Das ve Verma 1980).

$$\rho_{a1}(L) = \rho_1\left\{1 + 2L\int_0^\infty K(\lambda)\, J_0(\lambda L)\, d\lambda\right\} \tag{4}$$

Burada, L akım ve gerilim elektrotları arasındaki uzaklıktır. Bilindiği gibi, bu açılımda akım ve gerilim elektrotlarından birer tanesi pratik olarak sonsuzda oldukları düşünülen uzak noktalara yerleştirilmektedir.

Aşağıdaki gibi yeni bir fonksiyon tanımlanırsa,

$$y(L) = \frac{\rho_{a1}(L) - \rho_1}{2\rho_1} \tag{5}$$

(4) denklemi de izleyen biçimi alır.

$$y(L) = L\int_0^\infty K(\lambda)\, J_0(\lambda L)\, d\lambda \tag{6}$$

(3) bağıntısı ile verilen çekirdek fonksiyonunu, yukarıdaki denklemde yerine koyarak, y (L) fonksiyonuna en iyi yaklaşımı veren y* (L) fonksiyonunu bulabiliriz.

$$y^*(L) = L\int_0^\infty \sum_{i=1}^{m} b_i \exp(-\epsilon_i \lambda)\, J_0(\lambda L)\, d\lambda \tag{7}$$

Aşağıdaki Hankel dönüşüm çifti yardımıyla,

$$\int_0^\infty \exp(-\epsilon\lambda)\, J_0(\lambda L)\, d\lambda = \frac{1}{(\epsilon^2 + L^2)^{1/2}} \tag{8}$$

(7) bağıntısı yeniden yazılabilir.

$$y^*(L) = \sum_{i=1}^{m} b_i \frac{L}{(\epsilon_i^2 + L^2)^{1/2}} \tag{9}$$

Buradan da görüldüğü gibi y* (L) fonksiyonu

$$y^*(L) = \sum_{i=1}^{m} b_i\, f(L;\epsilon_i) \tag{10}$$

şeklinde bir toplamla ifade edilebilmektedir.

Anlatım biçimi olarak çekirdek fonksiyonu önce ele alınmış olsa da, verimiz arazide ölçülen GÖ değerleri olup, amaç bu sayısal değerlerden çekirdek fonksiyonunun sayısal değerlerini hesaplamaktır. Bunun için (5) bağıntısı kullanılarak, GÖ değerleri y (L) değerlerine çevrilir. (9) denklemi yardımıyla y(L) eğrisine en iyi çakışmayı sağlayan y*(L) fonksiyonunun b_i ve ϵ_i katsayıları bulunur. (3) bağıntısı ise (10) bağıntısının λ bölgesindeki karşılığı, yani çekirdek fonksiyonu olduğundan, b_i ve ϵ_i katsayılarının (3) bağıntısında yerine konulması ile çekirdek fonksiyonunun sayısal değerleri hesaplanabilir. b_i ve ϵ_i katsayılarının hesaplanması gelecek bölümde ele alınacaktır.

İki elektrod açılımında olduğu gibi, uygun yaklaştırma fonksiyonları bularak diğer elektrot açılımları içinde yöntem genelleştirilebilir. Bu genelleştirme için, çekirdek fonksiyonunun, kullanılan elektrot açılımından bağımsız olması özelliğinden yararlanacağız. Aynı yeraltı modeli için GÖ değerleri kullanılan elektrot açılımına göre farklılık göstermesine rağmen, çekirdek fonksionu değişmezdir. Eğer, çekirdek fonksiyonunun her durumda (3) bağıntısı ile tanımlandığını varsayarsak, çeşitli açılımlardaki GÖ'ler arasındaki ilişkileri kullanarak bu açılımlardaki uygun çakıştırma fonksiyonlarını saptayabiliriz.

Wenner GÖ değerleri ile iki elektrot GÖ değerleri arasında

$$P_{aw}(a) = 2\,P_{al}(L) - P_{al}(2L) \tag{11}$$

ilişkisi bulunmaktadır (Das ve Verma, 1980). Burada, a, Wenner açılımında herhangi iki elektrot arasındaki uzaklığı göstermektedir. İzleyen biçimde yeni bir fonksiyon tanımlarsak,

$$y(a) = \frac{P_{aw}(a) - P_1}{2\,P_1} \tag{12}$$

ve (5), (11) bağıntıları yardımı ile

$$y(a) = 2\,y(L) - y(2L) \tag{13}$$

yazabiliriz. Eğer, (9) bağıntısı y (L) için en iyi yaklaşımı veriyorsa, (13) bağıntısına göre de y(a) için en uygun yaklaşımı verecek bağıntı aşağıdaki gibi bulunabilir.

$$y^*(a) = \sum_{i=1}^{m} b_i\, f(a;\epsilon_i) \tag{14}$$

Burada;

$$f(a;\epsilon_i) = \left\{ \frac{2a}{(\epsilon_i^2 + a^2)^{1/2}} - \frac{2a}{(\epsilon_i^2 + 4a^2)^{1/2}} \right\}$$

Böylece, önceki varsayımlar çerçevesinde Wenner GÖ eğrilerinin hangi tür fonksiyona yaklaştırılacağı saptanmıştır. Benzer bağıntı, farklı bir yolla, Hankel dönüşümünün özellikleri kullanılarak Kumar ve Chowdary (1982) tarafından verilmiş olup, g (λ; ϵ_i) fonksiyonu benzer seçildiğinden aynı sonuçlara varılmıştır.

Schlumberger açılımı için de izleyen biçimde yeni bir fonksiyon tanımlanabilir.

$$y(s) = \frac{P_{as}(s) - P_1}{2P_1} \tag{15}$$

Burada, $P_{as}(s)$ GÖ değerlerini, s ise iki akım elektrotu arasındaki uzaklığın yarısını göstermektedir. Schlumberger ve iki elektrot GÖ'leri arasında aşağıdaki bağıntı bulunmaktadır (Das ve Verma, 1980).

$$P_{as}(s) = P_{al}(L) - L\,\partial P_{al}(L)/\partial L \tag{16}$$

(5) ve (15) bağıntılarının yukarıdaki bağıntıda yerlerine konulmasıyla

$$y(s) = y(L) - L\,\partial y(L)/\partial L \tag{17}$$

yazılabilir. Yine, (9) bağıntısının y(L) için uygun bir yaklaştırma fonksiyonu olduğunu varsayarsak, y(s) fonksiyonuna iyi bir yaklaşımı sağlayacak y*(s) fonksiyonu da aşağıda verildiği gibi kolayca saptayabiliriz.

$$y^*(s) = \sum_{i=1}^{m} a_i\, f(s;\epsilon_i) \tag{18}$$

Burada

$$f(s;\epsilon_i) = \frac{s^3}{(\epsilon_i^2 + s^2)^{3/2}}$$

Dipol-dipol GÖ içinde aynı yolu yineleyerek uygun yaklaştırma fonksiyonunu bulabiliriz. İzleyen biçimde verilen bir y(R) fonksiyonu tanımlar,

$$y(R) = \frac{P_{ab}(R) - P_1}{2P_1} \tag{19}$$

ve aşağıdaki dipol-dipol ve Schlumberger GÖ arasındaki bağıntı kullanılarak,

$$P_{ab}(R) = P_{as}(s) - c.s\,\partial P_{as}(s)/\partial S \tag{20}$$

sonuçta yaklaştırma fonksiyonu kolayca bulunabilir.

$$y^*(R) = \sum_{i=1}^{m} b_i\, f(R;\epsilon_i) \tag{21}$$

Burada

$$f(R;\epsilon_i) = \frac{R^3\,(R^2 + (1-3c)\,\epsilon_i^2)}{(\epsilon_i^2 + R^2)^{5/2}}$$

Yukarıdaki bağıntılarda, P_{ab} (R), dipol-dipol GÖ değerlerini, R. iki dipol merkezi arasındaki uzaklığı ve c, dipol açılımının türünü belirleyen katsayıyı göstermektedir.

Böylece, dört çeşit elektrot açılımı için GÖ'lerin yaklaştırılacakları fonksiyonları saptamış olduk. Bu sonuçlar, burada konu edilmeyen elektrot açılımı türlerine aynı yol izlenerek kolayca uygulanabilir.

Bu yaklaştırma fonksiyonları bir grup oluşturur ve arazide hangi açılım ile ölçü alınmışsa o açılım türü için verilen fonksiyon kullanılarak b_i ve ϵ_i katsayıları saptanır. Katsayıların bir kez saptanmasıyla, çekirdek fonksiyonu ve istenirse diğer açılımlardaki GÖ değerleri kolaylıkla türetilebilir.

YALITKAN TEMEL

Son katmanın özdirencinin yüksek olması, yani pratik olarak $P_n = \infty$ durumunda, GÖ ve DÖ eğrilerinin son kısmı 45°lik eğimle yükselir. Bu özel durumda, çakıştırma fonksiyonu olarak da aynı tür davranış gösteren fonksiyonlar seçilmelidir. Çekirdek fonksiyonu için böyle bir fonksiyon Santini ve Zambrano (1981) tarafından verilmiştir.

$$g(\lambda;\epsilon_i) = \exp(-\epsilon_i\,\lambda)/\epsilon_i\lambda \tag{22}$$

ise

$$K^*(\lambda) = \sum_{i=1}^{m} b_i \exp(-\epsilon_i\,\lambda)/\epsilon_i\lambda \tag{23}$$

bağıntısı ile b_i ve ϵ_i katsayılarının GÖ eğrilerinden bulunması durumunda çekirdek fonksionu hesaplanabilir.

Çekirdek fonksiyonunun yaklaştırılacağı fonksiyon için karar verildikten sonra, önceki bölümde anlatılan yol izlenerek GÖ'lerin yaklaştırılacağı fonksiyonlar saptanır. Bağıntıların türetimi tamamen aynı olduğundan burada yalnızca sonuçları vereceğiz. Sırasıyla, iki elektrot, Wenner, Schlumberger ve dipol-dipol çakıştırma fonksiyonları aşağıdaki gibi bulunabilir.

$$f(L;\epsilon_i) = -(L/\epsilon_i)\,\mathrm{Ln}\,[\epsilon_i + (L^2 + \epsilon_i^2)^{1/2}] \tag{24}$$

$$f(a;\epsilon_i) = (2a/\epsilon_i)\,\{\mathrm{Ln}\,[\epsilon_i + (4a^2 + \epsilon_i^2)^{1/2}] - \mathrm{Ln}\,[\epsilon_i + (a^2 + \epsilon_i^2)]\} \tag{25}$$

$$f(s;\epsilon_i) = (s/\epsilon_i)\,[1 - \epsilon_i\,(\epsilon_i^2 + s^2)^{1/2}] \tag{26}$$

$$f(R;\epsilon_i) = (R/\epsilon_i)(1-c)\,[\,1 - \epsilon_i/(\epsilon_i^2 + R^2)^{1/2}] - p\,R^3\,/\,(\epsilon_i^2 + R^2)^{3/2} \tag{27}$$

İLETKEN TEMEL

Son katman özdirencinin çok düşük olması, yani pratik olarak $P_n = 0$ kabul edilebilen durumda, GÖ ve DÖ eğrileri çok yüksek eğimle bir iniş gösterirler. Bu özel durumda da, çakıştırma fonksiyonları bu davranışa uygunluk gösterecek şekilde seçilmelidir. Santini ve Zambrano (1981) bu durum için çekirdek fonksiyonunun aşağıdaki işlemle hesaplanabileceğini göstermişlerdir.

$$K^*(\lambda) = \sum_{i=1}^{m} b_i\,\{1 - \exp(-\epsilon_i\,\lambda)\} \tag{28}$$

GÖ'ler için uygun fonksiyonlar bu bağıntıdan kolayca türetilebilir. Kısalık için yalnızca sonuçları vermekle yetineceğiz. Sırasıyla, iki elektrot, Wenner, Schlumberger ve dipol-dipol çakıştırma fonksiyonları aşağıdaki gibidir.

$$f(L;\epsilon_i) = 1 - L\,/\,(\epsilon_i^2 + L^2)^{1/2} \tag{29}$$

$$f(a;\epsilon_i) = 1 - [\,2a/(\epsilon_i^2 + a^2)^{1/2} - 2a\,/(\epsilon_i^2 + 4a^2)^{1/2}\,] \tag{30}$$

$$f(s;\epsilon_i) = 1 - s^3\,/\,(\epsilon_i^2 + s^2)^{3/2} \tag{31}$$

$$f(R;\epsilon_i) = 1 - R^3\,(R^2 + (1-3c)\,\epsilon_i^2)/(\epsilon_i^2 + s^2)^{5/2} \tag{32}$$

KATSAYILARIN HESAPLANMASI

Önceki bölümlerde, GÖ eğrilerinin ilk adım olarak,

$$y(v) = \frac{P_a(v) - P_1}{2P_1} \tag{33}$$

şeklinde tanımlanan bir fonksiyona dönüştürüldüğünü görmütük. Burada, v kullanılan elektrot açılımının türüne bağlı olan ve GÖ değerlerinin grafiklenmesi sırasında kullanılan yatay eksen değişkenini göstermektedir. Wenner açılımı için $v = a$, Schlumberger için $v = s$ olması gibi, (33) bağıntısı genel bir gösterimdir. $P_a(v)$, GÖ değerlerini göstermektedir. Amacımız, $y(v)$ fonksiyonuna iyi bir yaklaşımı veren $y^*(v)$ fonksiyonunu en küçük kareler tekniği ile saptamaktır. Bunun için, her iki fonksiyonunun farklarının kareleri toplamı minimumlaştırılmalıdır.

$$I = \sum_{j=1}^{k+1} [y^*(v_j) - y(v_j)]^2 = \text{minimum} \tag{34}$$

Burada, v_j yatay eksen değişkeni olup, j sayısal değerlerin sıra numaralarını göstermektedir. $v_{k+1} = \infty$ dur.

Önceki bölümlerdeki varsayımlarımıza göre,

$$y^*(v_j) = \sum_{i=1}^{m} b_i\,f(v_j;\epsilon_i) \tag{35}$$

olduğundan, bu bağıntıyı (34)'te yerine koyarak,

$$I = \sum_{j=1}^{k+1} \{\sum_{i=1}^{m} b_i\,f(v_j;\epsilon_i) - y(v_j)\}^2 = \text{minimum} \tag{36}$$

yazabiliriz.

Bu denklem sisteminin geliştirilmesi ile m sayıda denklem ve 2m sayıda bilinmeyen elde ederiz. 2m adet bilinmeyenin m sayıda denklemden çözümü zorluk göstereceğinden, ϵ_i katsayılarını önceden saptamaya çalışacağız. ϵ_i değerleri çakıştırma fonksiyonlarının yatay eksen boyunca yerlerini belirlemektedir. ϵ_i değerleri, geometrik artma gösterecek, yani logaritmik grafiklemede, her döneme üç veya dört çakıştırma fonksiyonu düşecek şekilde ayarlanabilir. ϵ_1 ve ϵ_m değerleri, $\epsilon_1 \sim v_1$ ve $\epsilon_m \sim 0.5\,v_m$ olacak biçimde sabitleştirilebilir. v_1 ve v_m, GÖ eğrisinin ilk ve son yatay eksen değerleridir (Santini ve Zambrano, 1981).

ϵ_i değerlerinin seçiminden sonra, sorun yalnızca b_i katsayılarının hesaplanmasına indirgenir ve m sayıda denklemden m adet katsayının hesaplanması olanaklıdır.

En küçük kareler tekniğinin kuramı gereği, (36) denkleminin her bir katsayıya göre türevini alacağız. Birinci katsayıya (b_1) göre türev;

$$\frac{\partial I}{\partial b_1} = \sum_{j=1}^{k+1} 2\,\{\sum_{i=1}^{m} b_i\,f(v_j;\epsilon_i) - y(v_j)\}.\,f(v_j;\epsilon_1) \tag{37}$$

veya düzenleyerek,

$$\frac{\partial I}{\partial b_1} = 2\sum_{j=1}^{k+1}\sum_{i=1}^{m} b_i\,f(v_j;\epsilon_i)\,.\,f(v_j;\epsilon_1) - 2\sum_{j=1}^{k+1} y(v_j)\,.\,f(v_j;\epsilon_1) \tag{38}$$

yazabiliriz. Toplamların sırası değiştirilebileceğinden ve $\partial I/\partial b_1$ sıfıra eşit olduğundan izleyen bağıntı elde edilebilir.

$$\sum_{i=1}^{m} b_i \sum_{j=1}^{k+1} f(v_j;\epsilon_i)\,.\,f(v_j;\epsilon_1)$$

$$= \sum_{j=1}^{k+1} y(v_j) \cdot f(v_j) \quad (39)$$

Kısalık için;

$$nq = \sum_{j=1}^{k+1} y(v_j) \cdot f(v_j; \epsilon_q) \quad (40)$$

ve

$$\sigma_{q,r} = \sum_{j=1}^{k+1} f(v_j; \epsilon_r) \cdot f(v_j; \epsilon_q) \quad (41)$$

tanımlarını yaparsak, (39) bağıntısı

$$\sum_{i=1}^{m} b_i \, \sigma_{1,i} = n_1 \quad (42)$$

şeklinde, veya daha da açık biçimi ile

$$b_1 \sigma_{1,1} + b_2 \sigma_{1,2} + b_3 \sigma_{1,3} + \ldots + b_m \sigma_{1,m} = n_1 \quad (43)$$

olarak yazılabilir. Aynı işlemleri ikinci, üçüncü, ..., m'inci katsayı için de tekrarlarsak ve (41) bağıntısının

$$\sigma_{q,r} = \sigma_{r,q} \quad (44)$$

özelliğinden yararlanarak, aşağıdaki m sayıda m bilinmeyenli simetrik lineer denklemi bulabiliriz.

$$b_1 \sigma_{1,1} + b_2 \sigma_{1,2} + \ldots + b_m \sigma_{1,m} = n_1$$

$$b_1 \sigma_{1,2} + b_2 \sigma_{2,2} + \ldots + b_m \sigma_{2,m} = n_2$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$b_1 \sigma_{1,m} + b_2 \sigma_{2,m} + \ldots + b_m \sigma_{m,m} = n_m$$

Bu denklem sisteminden b_i katsayıları elde edilebilir.

Bu yazıda konu edilen dört tür elektrot açılımından herhangi biri ile ölçülen GÖ arazi eğrisi için ona en iyi yaklaşımı veren çakıştırma fonksiyonu yardımı ile b_i katsayıları hesaplanırsa, çekirdek fonksiyonu ve diğer üç elektrot açılımındaki GÖ eğrileri kurulabilir.

Çakıştırma fonksiyonlarının sayısı (m), k + 1 den küçük olmalı ve yöntemin duyarlılığını azaltmadığı sürece, mümkün olduğu kadar az tutulmalıdır.

SAYISAL ÖRNEK

Sayısal bir örnek vermek amacıyla, özdirençleri 1-0.2-0.05 ve katman kalınlıkları 1-25 olan üç katman GÖ eğrisi ele alınmıştır. Çizelge 1'de ilk sütun yatay eksen değerlerini (s = AB/2) ve ikinci sütun GÖ değerlerini göstermektedir. Hesaplama işlemini gerçekleştirmek amacıyla bir FORTRAN IV programı hazırlanmış ve bu değerler bilgisayara giriş verisi olarak verilmiştir. Çakıştırma işlemi (18) bağıntısı ile yürütülmüştür. m = 11'dir, yani on bir adet çakıştırma fonksiyonu kullanılmıştır. Bu sayı, önceki bölümde anlatılan kriterlere göre bilgisayar tarafından hesaplanmaktadır.

Çizelge 1'de, üçüncü sütunda yaklaştırma işlemi sonucu bulunan GÖ eğrisi verilmiştir. Gerçek arazi verisi ile yaklaştırma değerleri arasındaki görecel yanılgı,

$$e(v) = \frac{P_a^*(v) - P_a(v)}{P_a(v)} \quad (45)$$

bağıntısı ile hesaplanmış ve dördüncü sütunda gösterilmiştir. Çizelgeden de anlaşıldığı gibi, görecel yanılgı, arazi eğrisinin kapsayabileceği gürültü veya ölçü hataları sınırından (genellikle 10^{-2}) oldukça düşüktür.

Çizelge 2'de ise, sırası ile (3), (9) ve (14) bağıntıları yardımı ile hesaplanan dönüşük özdirenç, iki elektrot, Wenner GÖ değerleri gösterilmiştir. Çekirdek fonksiyonu aşağıdaki bağıntı ile DÖ fonksiyonuna çevrilmiştir.

$$T(\lambda) = P_1 \, (1 + 2\,K(\lambda)) \quad (46)$$

Bilgisayara, diğer elektrot açılımlarındaki GÖ eğrilerinden herhangi biri verilerek, DÖ ve diğer açılımlardaki GÖ eğrileri de elde edilebilir. Aynı sonuçlar elde edileceğinden, tekrardan kaçınmak amacıyla örneklerin artırılmasına gerek görülmemiştir.

SONUÇLAR

En küçük kareler yöntemini kullanarak, GÖ eğrilerinin DÖ eğrisine ve bu işlem sırasında elde edilen katsayıların yardımıyla diğer elektrot açılımlarındaki GÖ eğrilerinin hesabı ele alınmıştır. Yöntemin herhangi bir elektrot açılımına nasıl uygulanabileceği, iki elektrot, Wenner, Schlumberger ve dipol-dipol elektrot açılımları örnek alınarak gösterilmiştir. Bu işlemler tek bir bilgisayar programında toplanabilir.

Ayrıca, method GÖ eğrilerini de düzgünler. Arazi verilerinin düzgünlenmesi ve yeniden örneklenmesi gerekli değildir. Dönüştürme işlemi sırasında gürültüler bastırılır ve düzgünlenmiş eğriler elde edilir.

Yöntemin duyarlılığı, çakıştırma fonksiyonu sayısına bağlıdır. Arazi verisinin kalitesine göre çakıştırma fonksiyonunun sayısını ayarlamak olanaklıdır.

Sayısal işlemlerin yerine getirilmesinden sonra, çekirdek fonksiyonundan katman parametreleri doğrudan yorum yöntemlerinden biriyle saptanabilir. Örneğin; Pekeris (1940), Koefoed (1970), Szaraniec (1980), Başokur (1984).

KAYNAKLAR

Başokur, A.T. 1983, Transformation of resistivity sounding measurements obtained in one electrode configuration filtering, Geophysical Prospecting 31, 649-663.

Başokur, A.T. 1984, A numerical direct interpretation method of resistivity soundings using the Pekeris model, Geophysical Prospecting 32, 1131-1146.

Das, U.C., Ghosh, D.P. and Biewinga, D.T. 1974, Transformation of dipole resistivity sounding measurements over dipole resistivity sounding measurements over layered earth by linear digital filtering, Geophysical Prospecting 22, 476-489.

Das, U.C. and Verma, S.K. 1980, Digital linear for computing type curves for the two-electrode system of resistivity sounding, Geophysical Prospecting 28, 610-619.

Ghosh, D.P. 1971, The application of linear filter theory to the direct interpretation of geoelectrical resistivity sounding measurements, Geophysical Prospecting 19, 192-217.

Koefoed, O. 1972, A fast method for determining the layer distribution from the raised kernel function in geoelectrical soundings, Geophysical Prospecting 18, 564-570.

Koefoed, O. 1979, Geosounding Principles 1, Resistivity Sounding Measurements, Elsevier, Amsterdam.

Kohlbeck, F. 1985, Computing the kernel function in resistivity sounding with an arbitrary electrode configuration, Geophysical Prospecting 33, 128-137.

Kumar, R. and Chowdary, M.V.R. 1982, A numerical method to compute the resistivity transform from Wenner sounding data, Geophysical Prospecting 30, 898-909.

Kumar, R. and Das, U.C. 1977, Transformation of dipole to Schlumberger sounding curves by means of digital linear filters, Geophysical Prospecting 25, 780-789.

Kumar, R. and Das, U.C. 1978, Transformation of Schlumberger apparent resistivity to dipole apparent resistivity over layered earth by the application of digital linear filters, Geophysical Prospecting 25, 352-358.

Nyman, D.C. and Landisman, M. 1977, VES dipole-dipole filter coefficients, Geophysics 42, 1037-1044.

O'Neill, D.J. 1975, Improved linear filter coefficients for application in apparent resistivity computations. Bull. Aust. Soc. Explor. Geophys. 6, 104-109.

Pekeris, C.L. 1940, Direct method of interpretation in resistivity prospecting, Geophysics 5, 31-46.

Santini, R. and Zambrano, R. 1981, A numerical method of calculating the kernel function from Schlumberger apparent resistivity data, Geophysical Prospecting 29, 108-127.

Szaraniec, E. 1980, Direct resistivity interpretation by accumulation of layers, Geophysiçal Prospecting 28, 257-268.

ÇAKIŞTIRILAN FONK. SAYISI = 11

Absis	Gör. Özd.	Çakışan Özd.	Görecel Yan.
0.30000E+00	0.10060E+04	0.10063E+04	0.34461E - 03
0.40000E+00	0.10140E+04	0.10140E+04	0.45024E - 04
0.50000E+00	0.10260E+04	0.10262E+04	0.18108E - 03
0.60000E+00	0.10440E+04	0.10435E+04	− 0.45624E - 03
0.80000E+00	0.10950E+04	0.10951E+04	0.47936E - 04
0.10000E+01	0.11680E+04	0.11682E+04	0.15196E - 03
0.12000E+01	0.12590E+04	0.12593E+04	0.20575E - 03
0.16000E+01	0.14760E+04	0.14764E+04	0.24398E - 03
0.20000E+01	0.17140E+04	0.17131E+04	− 0.55053E - 03
0.25000E+01	0.20060E+04	0.20048E+04	− 0.57360E - 03
0.30000E+01	0.22730E+04	0.22735E+04	0.20751E - 03
0.40000E+01	0.27140E+04	0.27165E+04	0.92610E - 03
0.50000E+01	0.30370E+04	0.30375E+04	0.17099E - 03
0.60000E+01	0.32590E+04	0.32573E+04	− 0.51188E - 03
0.80000E+01	0.34770E+04	0.34736E+04	− 0.98709E - 03
0.10000E+02	0.34870E+04	0.34876E+04	0.17105E - 03
0.12000E+02	0.33720E+04	0.33761E+04	0.12206E - 02
0.16000E+02	0.29590E+04	0.29619E+04	0.97640E - 03
0.20000E+02	0.24710E+04	0.24674E+04	− 0.14691E - 02
0.25000E+02	0.18920E+04	0.18863E+04	− 0.30121E - 02
0.30000E+02	0.14970E+04	0.14056E+04	− 0.96494E - 03
0.40000E+02	0.74600E+03	0.75485E+03	0.11865E - 01
0.50000E+02	0.40200E+03	0.40799E+03	0.14896E - 01
0.60000E+02	0.23800E+03	0.23613E+03	− 0.78682E - 02
0.80000E+02	0.13200E+03	0.12094E+03	− 0.83810E - 01
0.10000E+03	0.11100E+03	0.10393E+03	− 0.63652E - 01
0.12000E+03	0.10500E+03	0.10587E+03	0.82665E - 02
0.16000E+03	0.10300E+03	0.11064E+03	0.74180E - 01
0.20000E+03	0.10200E+03	0.10995E+03	0.54850E - 01
0.25000E+03	0.10100E+03	0.10654E+03	0.54850E - 01
0.10000E+11	0.10000E+03	0.89299E+02	− 0.10701E + 00

Çizelge 1

Absis	Dönüşük Özdirenç	İki Elektrot Gör. Özd.	Wenner Gör. Özd.
0.30000E+00	0.10021E+04	0.12960E+04	0.10173E+04
0.40000E+00	0.10114E+04	0.13915E+04	0.10384E+04
0.50000E+00	0.10308E+04	0.14846E+04	0.10702E+04
0.60000E+00	0.10603E+04	0.15747E+04	0.11126E+04
0.80000E+00	0.11434E+04	0.17446E+04	0.12250E+04
0.10000E+01	0.12476E+04	0.18990E+04	0.13640E+04
0.12000E+01	0.13620E+04	0.20369E+04	0.15177E+04
0.16000E+01	0.15966E+04	0.22643E+04	0.18359E+04
0.20000E+01	0.18187E+04	0.24340E+04	0.21368E+04
0.25000E+01	0.20651E+04	0.25802E+04	0.24649E+04
0.30000E+01	0.22734E+04	0.26696E+04	0.27342E+04
0.40000E+01	0.25834E+04	0.27313E+04	0.31147E+04
0.50000E+01	0.27750E+04	0.26955E+04	0.33294E+04
0.60000E+01	0.28779E+04	0.26049E+04	0.34247E+04
0.80000E+01	0.29097E+04	0.23478E+04	0.33830E+04
0.10000E+02	0.28234E+04	0.20615E+04	0.31657E+04
0.12000E+02	0.26627E+04	0.17852E+04	0.28699E+04
0.16000E+02	0.23295E+04	0.12127E+04	0.22356E+04
0.20000E+02	0.20309E+04	0.95731E+03	0.16770E+04
0.25000E+02	0.17319E+04	0.64875E+03	0.11442E+04
0.30000E+02	0.15032E+04	0.44823E+03	0.77588E+03
0.40000E+02	0.11877E+04	0.23763E+03	0.37073E+03
0.50000E+02	0.98507E+03	0.15328E+03	0.20336E+03
0.60000E+02	0.84541E+03	0.12057E+03	0.13816E+03
0.80000E+02	0.66631E+03	0.10452E+03	0.10794E+03
0.10000E+03	0.55647E+03	0.10320E+03	0.10768E+03
0.12000E+03	0.48213E+03	0.10297E+03	0.10922E+03
0.16000E+03	0.38773E+03	0.10111E+03	0.10816E+03
0.20000E+03	0.33014E+03	0.98729E+02	0.10493E+03
0.25000E+03	0.28346E+03	0.96293E+02	0.10115E+03
0.10000E+11	0.89283E+02	0.89297E+02	0.89295E+02

Çizelge 2